



CARTA DE AUTORIZACIÓN

CÓDIGO

AP-BIB-FO-06

VERSIÓN

1

VIGENCIA

2014

PÁGINA

1 de 2

Neiva, 30/10/2020

Señores

CENTRO DE INFORMACIÓN Y DOCUMENTACIÓN

UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA

Ciudad

El (Los) suscrito(s):

Johan Ricardo Villanueva Medina, con C.C. No 1110560338,

\_\_\_\_\_, con C.C. No. \_\_\_\_\_,

\_\_\_\_\_, con C.C. No. \_\_\_\_\_,

\_\_\_\_\_, con C.C. No. \_\_\_\_\_,

Autor(es) de la tesis y/o trabajo de grado o Johan Ricardo Villanueva Medina

Titulado Cálculo De La Transmitancia En Un Cristal Fotónico Unidimensional Cuasiperiódico

(Y Ba<sub>2</sub> Cu<sub>3</sub> O<sub>7-x</sub>)/(Ba Ti O<sub>3</sub>)

presentado y aprobado en el año 2020 como requisito para optar al título de

Físico;

Autorizo (amos) al CENTRO DE INFORMACIÓN Y DOCUMENTACIÓN de la Universidad Surcolombiana para que, con fines académicos, muestre al país y el exterior la producción intelectual de la Universidad Surcolombiana, a través de la visibilidad de su contenido de la siguiente manera:

- Los usuarios puedan consultar el contenido de este trabajo de grado en los sitios web que administra la Universidad, en bases de datos, repositorio digital, catálogos y en otros sitios web, redes y sistemas de información nacionales e internacionales "open access" y en las redes de información con las cuales tenga convenio la Institución.
- Permita la consulta, la reproducción y préstamo a los usuarios interesados en el contenido de este trabajo, para todos los usos que tengan finalidad académica, ya sea en formato Cd-Rom o digital desde internet, intranet, etc., y en general para cualquier formato conocido o por conocer, dentro de los términos establecidos en la Ley 23 de 1982, Ley 44 de 1993, Decisión Andina 351 de 1993, Decreto 460 de 1995 y demás normas generales sobre la materia.
- Continúo conservando los correspondientes derechos sin modificación o restricción alguna; puesto que, de acuerdo con la legislación colombiana aplicable, el presente es un acuerdo jurídico que en ningún caso conlleva la enajenación del derecho de autor y sus conexos.

Vigilada Mineducación

La versión vigente y controlada de este documento, solo podrá ser consultada a través del sitio web Institucional [www.usco.edu.co](http://www.usco.edu.co), link Sistema Gestión de Calidad. La copia o impresión diferente a la publicada, será considerada como documento no controlado y su uso indebido no es de responsabilidad de la Universidad Surcolombiana.



CARTA DE AUTORIZACIÓN

CÓDIGO

AP-BIB-FO-06

VERSIÓN

1

VIGENCIA

2014

PÁGINA

2 de 2

De conformidad con lo establecido en el artículo 30 de la Ley 23 de 1982 y el artículo 11 de la Decisión Andina 351 de 1993, “Los derechos morales sobre el trabajo son propiedad de los autores” , los cuales son irrenunciables, imprescriptibles, inembargables e inalienables.

EL AUTOR/ESTUDIANTE:

Firma: \_\_\_\_\_

EL AUTOR/ESTUDIANTE:

Firma: \_\_\_\_\_

EL AUTOR/ESTUDIANTE:

Firma: \_\_\_\_\_

EL AUTOR/ESTUDIANTE:

Firma: \_\_\_\_\_



**TÍTULO COMPLETO DEL TRABAJO:**

**AUTOR O AUTORES:**

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre
Villanueva Medina	Johan Ricardo

**DIRECTOR Y CODIRECTOR TESIS:**

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre
Segovia Chaves	Francis Armando

**ASESOR (ES):**

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre
Segovia Chaves	Francis Armando

**PARA OPTAR AL TÍTULO DE:** Físico

**FACULTAD:** Ciencias Exactas y Naturales

**PROGRAMA O POSGRADO:** Física

**CIUDAD:** Neiva

**AÑO DE PRESENTACIÓN:** 2020

**NÚMERO DE PÁGINAS:** 60

**TIPO DE ILUSTRACIONES (Marcar con una X):**

Diagramas X Fotografías \_\_\_ Grabaciones en discos \_\_\_ Ilustraciones en general \_\_\_ Grabados \_\_\_  
Láminas \_\_\_ Litografías \_\_\_ Mapas \_\_\_ Música impresa \_\_\_ Planos \_\_\_ Retratos \_\_\_ Sin ilustraciones \_\_\_ Tablas  
X o Cuadros X



SOFTWARE PDF

MATERIAL ANEXO: Ninguno

PREMIO O DISTINCIÓN (En caso de ser LAUREADAS o Meritoria):

PALABRAS CLAVES EN ESPAÑOL E INGLÉS:

<u>Español</u>	<u>Inglés</u>	<u>Español</u>	<u>Inglés</u>
1. <u>Cristal Fotónico</u>	<u>Photon crystal</u>	6. _____	_____
2. <u>Método de matriz de transferencia</u>	<u>transfer matrix method</u>	7. _____	_____
3. <u>Cuasiperiódico</u>	<u>quasiperiodic</u>	8. _____	_____
4. <u>Fibonacci</u>	<u>Fibonacci</u>	9. _____	_____
5. _____	_____	10. _____	_____

RESUMEN DEL CONTENIDO: (Máximo 250 palabras)

El estudio de los cristales fotónicos (CFs) no superan los 40 años, desde que Eli Yablonovich y Sajeev Jhon en 1987, realizaron trabajos independientes sobre la emisión espontánea y localización de la luz respectivamente, que dan origen al campo de los CFs. Además, existe una variedad amplia de cristales y cada uno presenta características diferentes, por lo que en este trabajo calculamos el espectro de transmitancia en un CF unidimensional (1D) cuasiperiódico con secuencia de Fibonacci. El CF está constituido por capas del dieléctrico Titanato de Bario ( $BaTiO_3$ ) y el superconductor Óxido de Cobre Bario de Itrio ( $YBa_2Cu_3O_{7-x}$ ) estudiado por González en su trabajo CF superconductor con respuesta de banda ancha sintonizable en el rango visible. Haciendo uso del método de la matriz de transferencia para polarización TE (transversal eléctrica) y TM (transversal magnética) tal como lo implementa F. Segovia et al., I en diferentes trabajos. Se determinó el espectro de transmitancia para diferentes valores de la secuencia de Fibonacci; ángulo de incidencia de la onda electromagnética, y espesores de los materiales constituyentes del cristal. Los resultados revelan que al aumentar la secuencia de Fibonacci y variar el ángulo de incidencia, se obtienen nuevas brechas en la banda fotónica del espectro de transmitancia. Del mismo modo, al aumentar los espesores de los materiales, el rango de banda prohibida aumenta restringiendo la propagación de los fotones en el CP.



DESCRIPCIÓN DE LA TESIS Y/O TRABAJOS DE GRADO

CÓDIGO

AP-BIB-FO-07

VERSIÓN

1

VIGENCIA

2014

PÁGINA

3 de 3

**ABSTRACT:** (Máximo 250 palabras)

The study of photonic crystals (PCs) does not exceed 40 years, since Eli Yablonovich and Sajeev Jhon in 1987, conducted independent works on spontaneous emission and location of light respectively, which give origin to the field of PCs. In addition, there is a wide variety of crystals and each has different characteristics, so in this work we calculate the transmittance spectrum in a one-dimensional PC (1D) quasi-linear with Fibonacci sequence. The PC consists layers of the dielectric barium titanate ( $BaTiO_3$ ) and the superconducting Copper Oxide Barium of Yttrium ( $YBa_2Cu_3O_{7-x}$ ) studied by González in his work PC superconductor with tunable broadband response in the visible range. Using the transfer matrix method for polarization TE (electric transverse) and TM (magnetic transverse) as implemented by F. Segovia et al in distinct works. We determine the transmittance spectrum for different values of the Fibonacci sequence; angle of incidence of the electromagnetic wave, and thickness of the constituent materials of the crystal. The results reveal that by increasing the Fibonacci sequence and changing the incidence angle, new gaps in the photonic band of the transmittance spectrum are obtained. Similarly, by increasing the thicknesses of the materials, the prohibited band range increases by restricting the propagation of photons in PC.

**APROBACION DE LA TESIS**

Nombre Presidente Jurado: Ana Lilia Bernal Esteban

Firma:

Nombre Jurado: HERNANDO GONZÁLEZ SIERRA

Firma:

Nombre Jurado: Ph.D. Emiro Arrieta Jiménez

Firma:



UNIVERSIDAD  
**SURCOLOMBIANA**

**CÁLCULO DE LA TRANSMITANCIA EN UN CRISTAL FOTÓNICO  
UNIDIMENSIONAL CUASIPERIÓDICO  $(YBa_2Cu_3O_{7-x})/(BaTiO_3)$**

**Johan Ricardo Villanueva Medina**

Universidad Surcolombiana  
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Programa de Física  
Neiva, Colombia  
2020



**CÁLCULO DE LA TRANSMITANCIA EN UN CRISTAL FOTÓNICO  
UNIDIMENSIONAL CUASIPERIÓDICO  $(YBa_2Cu_3O_{7-x})/(BaTiO_3)$**

**Johan Ricardo Villanueva Medina**

Trabajo de grado presentado como requisito parcial para optar al título de:  
**Físico**

Asesor:  
Francis Armando Segovia Chaves

Línea de Investigación:  
Óptica  
Grupo de Investigación:  
Física Teórica

Universidad Surcolombiana  
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Programa de Física  
Neiva, Colombia  
2020





*Dedicatoria*

*A mis padres Marly Medina Quintero y Ricardo Villanueva Ortiz, quienes con su esfuerzo me apoyaron incondicionalmente.*

*A mis abuelas, tíos y hermano Juan Manuel Villanueva M.*



# Agradecimientos

Agradezco principalmente a mis padres y familiares por el apoyo incondicional para el desarrollo de este proyecto, a mi asesor F. A. Segovia- Chaves por su colaboración, enseñanza y tiempo, que me permitieron fortalecer el conocimiento y culminar con gratitud este trabajo de grado. Posteriormente agradezco a profesores y compañeros, en particular a Briyith D. Cofles M., Jheison A. Lizcano M., y el grupo de semillero de Física Matemática quienes hicieron parte de este proyecto. Finalmente, agradezco a las entidades de la Universidad Surcolombiana y a la Sociedad de Óptica Americana (OSA) por su apoyo financiero.



# Resumen

El estudio de los cristales fotónicos (CFs) no superan los 40 años, desde que Eli Yablonovich y Sajeev Jhon en 1987, realizaron trabajos independientes sobre la emisión espontánea y localización de la luz respectivamente, que dan origen al campo de los CFs. Además, existe una variedad amplia de cristales y cada uno presenta características diferentes, por lo que en este trabajo calculamos el espectro de transmitancia en un CF unidimensional (1D) cuasiperiódico con secuencia de Fibonacci. El CF está constituido por capas del dieléctrico Titanato de Bario ( $BaTiO_3$ ) y el superconductor Óxido de Cobre Bario de Itrio ( $YBa_2Cu_3O_{7-x}$ ) estudiado por González en su trabajo CF superconductor con respuesta de banda ancha sintonizable en el rango visible. Haciendo uso del método de la matriz de transferencia para polarización TE (transversal eléctrica) y TM (transversal magnética) tal como lo implementa F. Segovia et al.,<sup>1</sup> en diferentes trabajos. Se determinó el espectro de transmitancia para diferentes valores de la secuencia de Fibonacci; ángulo de incidencia de la onda electromagnética, y espesores de los materiales constituyentes del cristal. Los resultados revelan que al aumentar la secuencia de Fibonacci y variar el ángulo de incidencia, se obtienen nuevas brechas en la banda fotónica del espectro de transmitancia. Del mismo modo, al aumentar los espesores de los materiales, el rango de banda prohibida aumenta restringiendo la propagación de los fotones en el CP.

**Palabras clave:** Cristal fotónico, método de matriz de transferencia, cuasiperiódico, Fibonacci.

# Abstract

The study of photonic crystals (PCs) does not exceed 40 years, since Eli Yablonovich and Sajeev Jhon in 1987, conducted independent works on spontaneous emission and location of light respectively, which give origin to the field of PCs. In addition, there is a wide variety of crystals and each has different characteristics, so in this work we calculate the transmittance spectrum in a one-dimensional PC (1D) quasi-linear with Fibonacci sequence. The PC consists layers of the dielectric barium titanate ( $BaTiO_3$ ) and the superconducting Copper Oxide Barium of Yttrium ( $YBa_2Cu_3O_{7-x}$ ) studied by González in his work PC superconductor with tunable broadband response in the visible range. Using the transfer matrix method for polarization TE (electric transverse) and TM (magnetic transverse) as implemented by F. Segovia et al in distinct works. We determine the transmittance spectrum for different values of the Fibonacci sequence; angle of incidence of the electromagnetic wave, and thickness of

the constituent materials of the crystal. The results reveal that by increasing the Fibonacci sequence and changing the incidence angle, new gaps in the photonic band of the transmittance spectrum are obtained. Similarly, by increasing the thicknesses of the materials, the prohibited band range increases by restricting the propagation of photons in PC.

**Keywords:** Photon crystal, transfer matrix method, quasiperiodic, Fibonacci.





# Contenido

<b>Resumen</b>	<b>IX</b>
<b>Lista de figuras</b>	<b>XIV</b>
<b>Lista de tablas</b>	<b>XVI</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Planteamiento del Problema . . . . .	3
1.2. Objetivos . . . . .	3
1.2.1. Objetivo General . . . . .	3
1.2.2. Objetivos Específicos . . . . .	3
<b>2. Cristales y Cuasicristales</b>	
<b>Fotónicos</b>	<b>4</b>
2.1. Red Cristalina . . . . .	7
2.1.1. Zona y Cuasi Zona de Brillouin . . . . .	9
2.2. Estructura de Bandas Fotónicas . . . . .	10
2.3. Superconductividad . . . . .	11
2.3.1. Superconductores Tipo I Y II . . . . .	13
2.4. Fundamentación Teórica de los Cristales Fotónicos . . . . .	14
2.4.1. Ecuaciones de Maxwell . . . . .	14
<b>3. Método de Matriz de</b>	
<b>Transferencia</b>	<b>17</b>
3.1. Formulación Matricial en un CF-1D para Modos de Polarización TE y TM . . . . .	18
3.1.1. Modo TE . . . . .	19
3.1.2. Modo TM . . . . .	21
3.1.3. Matriz Característica de una Multicapa . . . . .	23

---

3.1.4. Secuencia de Fibonacci . . . . .	24
<b>4. Tratamiento del Problema</b>	<b>26</b>
<b>5. Resultados y Discusión</b>	<b>29</b>
<b>6. Conclusiones y Recomendaciones</b>	<b>36</b>
6.1. Conclusiones . . . . .	36
6.2. Recomendaciones . . . . .	37
<b>A. Ecuaciones de London</b>	<b>38</b>
<b>B. Participaciones y Eventos</b>	<b>40</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>41</b>

# Lista de Figuras

<b>2-1.</b> Ejemplo de CF 1D, 2D y 3D. La periodicidad en una, dos o las tres direcciones espaciales define la dimensionalidad del sistema [18]. . . . .	5
<b>2-2.</b> Ejemplo de un CF-1D de Fibonacci. . . . .	5
<b>2-3.</b> A): CF-1D de de silicio [10]. B): cuasicristal natural observado con su estructura atómica y patrón de difracción [19]. C): Cuasicristal de $Al - Pd - Re$ [19]	6
<b>2-4.</b> Onda electromagnética incidiendo sobre $N$ capas de diferente material ordenadas cuasiperiódicamente [20]. . . . .	7
<b>2-5.</b> Red de Bravais bidimensional [25]. . . . .	8
<b>2-6.</b> Celda de Wigner-Seitz o primera zona de Brillouin para una red bidimensional [25]. . . . .	9
<b>2-7.</b> A): Patrón de difracción electrónico de un cuasicristal icosaédrico de holmio-magnesio-zinc [27]. B): Un patrón de Penrose para la estructura cuasicristalina $Al - Pd - Mn$ [28] . . . . .	10
<b>2-8.</b> Espectro de transmisión para un cristal periódico, con $\lambda(\eta m)$ [2]. . . . .	11
<b>2-9.</b> Efecto Meissner en una esfera superconductor [24]. . . . .	12
<b>3-1.</b> Modos de polarización definidos para estructuras cuasicristalinas con geometría unidimensional [42] . . . . .	18
<b>3-2.</b> Campo electromagnético en la frontera entre dos medios donde el campo eléctrico es perpendicular al plano [43] . . . . .	19
<b>3-3.</b> Campo electromagnético en la frontera entre dos medios donde el campo magnético es perpendicular al plano [44] . . . . .	21
<b>3-4.</b> Denominación de las ondas que se propagan en diferentes sentidos en cada frontera de de una película [41] . . . . .	23
<b>4-1.</b> Estructura cuasiperiódica en 1D. . . . .	26

<b>5-1.</b> Espectro de transmitancia para un CF-1D periodico con temperaturas de operaci3n y critica $T = 80K, T_c = 92K$ respectivamente, espesores $dB = 100\eta m, dY = 20\eta m$ . . . . .	30
<b>5-2.</b> Espectro de transmitancia para un CF-1D cuasiperi3dico con temperaturas de operaci3n y critica $T = 80K, T_c = 92K$ respectivamente, espesores $dB = 100\eta m, dY = 20\eta m$ para un orden: a) $S7$ , b) $S9$ , c) $S12$ . . . . .	31
<b>5-3.</b> Espectro de transmitancia para un CF-1D cuasiperi3dico variando los par3metros de red de cada material y conservando las temperaturas de operaci3n, critica $T = 80K, T_c = 92K$ respectivamente. a) $dB = 120\eta m$ , b) $dY = 40\eta m$ para un orden o secuencia $S9$ : . . . . .	32
<b>5-4.</b> Espectro de transmitancia para un CF-1D cuasiperi3dico con variaci3n en la temperatura de operaci3n $T = 10K$ (linea negra), $T = 50K$ (linea roja), $T = 80K$ (linea azul) y $T = 100K$ (linea verde). Con un barrido entre $480\eta m$ y $550\eta m$ para un orden o secuencia $S9$ : . . . . .	33
<b>5-5.</b> Espectro de transmitancia para un CF-1D cuasiperi3dico variando el 3ngulo de incidencia conservando los espesores iniciales de cada pelicula $dB = 100\eta m, dY = 20\eta m$ , las temperaturas de operaci3n y critica $T = 80K, T_c = 92K$ respectivamente. a) $\theta = 30^\circ$ , b) $\theta = 60^\circ$ para un orden o secuencia $S9$ : . . . .	34
<b>5-6.</b> Espectro de transmitancia para un CF-1D cuasiperi3dico para modo de polarizaci3n TE (linea roja) y TM (linea azul) con angulo de incidencia $\theta = 30^\circ$ para un orden o secuencia $S9$ : . . . . .	35

# Lista de Tablas

5-1. Parámetros utilizados para la determinación de la transmitancia en un CF-1D de Fibonacci [12]. . . . .	29
---	----

# 1. Introducción

En 1873, las ecuaciones de Maxwell permitieron el estudio y solución de algunas propiedades de la luz generalizando las leyes de Gauss, Ampere y Faraday. En el mismo año, se realizó la publicación del tratado sobre electricidad y magnetismo [1]. Por otro lado, propiedades como la reflexión, refracción, dispersión y difracción fueron estudiadas en diferentes medios densos y cristalinos, siendo las estructuras cristalinas un medio formado por estructuras moduladas simétricamente en una secuencia periódica en las constantes dieléctricas [2, 3].

De modo que, el estudio de los cristales inicia a finales de 1887 con las bases teóricas de Lord Rayleigh, (año en el que realizó una publicación mostrando la existencia de la banda prohibida [4]). En 1987, los investigadores Eli Yablonovitch y Sajeev John, presentaron dos propuestas independientes: Emisión espontánea y localización de la luz respectivamente, [5, 6], dando así un inicio fundamental para el estudio y la aplicación de los CFs. Los CF son estructuras ópticas donde la variación periódica del índice de refracción es directamente proporcional a la constante dieléctrica. Los CF se diseñan para afectar a la propagación de los fotones similarmente a cómo el potencial periódico de un semiconductor afecta a la propagación de los electrones [7]. Por lo tanto, si su geometría está en una o dos dimensiones, éstos poseen una banda prohibida incompleta, es decir, que la luz puede encontrar algún camino en el que se pueda propagar. A diferencia de los CF en tres dimensiones, la luz se localizaría en todas las direcciones [2, 8], y las ondas presentarían un fenómeno llamado interferencia. Este término hace alusión a dos ondas que se propagan en un medio, se superponen dando dos posibles resultados, interferencia constructiva ó interferencia destructiva [9]. De este modo, los CFs presentan una amplia gama de aplicaciones caracterizados por la estructura geométrica, es decir, si es unidimensional, la variedad de aplicaciones se dan en filtros ópticos, como el láser, LEDs [7, 10] entre otros sensores ópticos usados en la ingeniería y medicina con el fin de aumentar la eficiencia de los dispositivos; pero, sí su estructura es bidimensional, una de las aplicaciones más relevantes de los CFs, es guiar la luz a través de un circuito óptico; un ejemplo se da en la fibra óptica y en telecomunicaciones [11], y la estructura tridimensional tiene aplicaciones en la electrónica como cristales termo-fotovoltaicos [7].

Por otro lado, la periodicidad de los CFs presenta una simetría traslacional que dependen de la modulación en las capas. Sin embargo, existen arreglos periódicos en la estructura cristalina con una modulación semiordenada en las capas, conocidos como cuasicristales. Estos CFs son conocidos como: CF Cantor, CF Sección Dorada, CF de Fibonacci. En este trabajo se estudió los CFs cuasiperiódicos de Fibonacci, los cuales se caracterizan por ser aperiódicos y no presentar una simetría traslacional [11], que generalmente están conformados por capas alternas de materiales dieléctricos, semiconductores, superconductores, metamateriales, entre otros. En relación a los materiales que conforman el CF propuesto para en este trabajo, se acoge el trabajo de González [12], donde estudia los materiales dieléctricos y superconductor ( $BaTiO_3$ ), ( $YBa_2Cu_3O_{7-x}$ ) respectivamente.

Los CFs cuasiperiódicos se caracterizan por su peculiar secuencia en las capas determinada por los números de Fibonacci, de la forma:  $S_n = S_{n-1}S_{n-2}$  para  $n \geq 2$ , con  $S_0 = B$ ,  $S_1 = Y$ ; esta secuencia permite sintonizar la banda de frecuencias prohibidas (BFP), con el fin de controlar o manipular la luz [9]. Además, el estudio de estos cristales con factores externos y variaciones en los parámetros de red del cristal, toman un auge en los últimos años, provocando una amplia variedad de aplicaciones que usan este tipo de arreglos aperiódicos. Para estudiar las propiedades ópticas en este tipo de estructuras, particularmente la sintonización del espectro de transmitancia, es necesario el uso de métodos numéricos como matriz de transferencia, expansión de ondas planas, diferencias finitas entre otros. Éste trabajo de grado implementó el método de matriz de transferencia para un CF cuasiperiódico de Fibonacci 1D tal como lo implementa F. Segovia et al [13], el cual consiste en caracterizar la interfaz de cada capa que conforma el CF con una matriz llamada matriz dinámica y matriz de propagación. Por lo tanto, se logró obtener el espectro de transmitancia para una secuencia particular de Fibonacci. Algunos parámetros externos como la variación en el ángulo de incidencia, el parámetro de red y la temperatura provocan un efecto en el espectro de transmitancia.

## 1.1. Planteamiento del Problema

El estudio del espectro de transmitancia en un CF-1D cuasiperiódico compuesto por un superconductor ( $YBa_2Cu_3O_{7-x}$ ) y el dieléctrico ( $BaTiO_3$ ) modulado por la secuencia de Fibonacci, variando parámetros externos como: ángulo de incidencia, espesor de los materiales y temperatura para modo de polarización TE y TM.

## 1.2. Objetivos

### 1.2.1. Objetivo General

Estudiar el espectro de transmitancia en un CF-1D cuasiperiódico de Fibonacci compuesto por un medio dieléctrico y superconductor usando el método de matriz de transferencia.

### 1.2.2. Objetivos Específicos

- Calcular el espectro de transmitancia en un CF-1D de Fibonacci mediante el método de matriz de transferencia.
- Evaluar el efecto del ángulo de incidencia de la luz sobre el espectro de transmitancia en el CF-1D de Fibonacci.
- Comparar el espectro de transmitancia variando los parámetros de red de los materiales dieléctrico y superconductor en un CF-1D de Fibonacci.
- Determinar el efecto de la temperatura sobre el espectro de transmitancia en un CF-1D Fibonacci.



## 2. Cristales y Cuasicristales Fotónicos

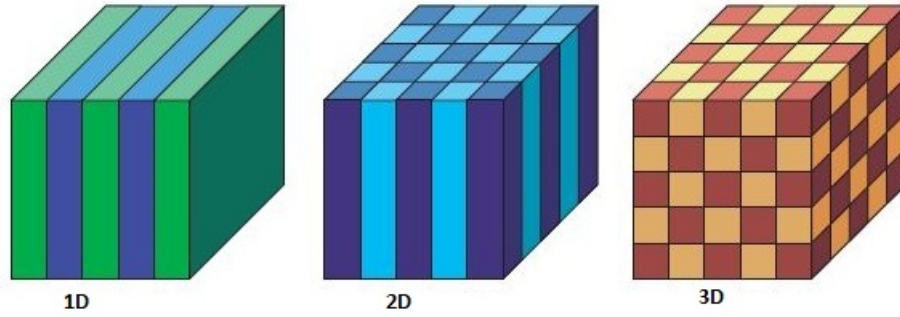
La observación de las estructuras periódicas presentan unos antecedentes históricos bastantes antiguos, iniciando con dibujos de cristales naturales en china alrededor del siglo VI A.C, mientras en Japón se conserva un cristal de cuarzo desde el siglo VIII [15], siendo éste el primer cristal mineral con una amplia variedad.

Por otro lado, la definición y el estudio de los Cristales han presentado una evolución por más de dos milenios, dando inicio con la cristalografía, que a su vez se relaciona con la morfología externa de los cristales caracterizando efectos naturales. Esta idea continuó hasta el siglo XVII con el nacimiento de la cristalografía moderna. Kepler y Hooke, dos grandes científicos de la época dieron la siguiente visión *“las formas de cristal son el resultado del orden interno de las unidades atómicas”*(Lifshitz,2007,p.313). El estudio de la organización del plano por polígonos de Kepler lo llevó a notar que muy pocos polígonos regulares como el triángulo, el rectángulo, el cuadrado y el hexágono pueden encajar sin superponerse ni dejar huecos. Esta observación, llevó a que la superposición de otros polígonos dejarán huecos provocando una pérdida en la periodicidad del cristal [16]. Este estudio de estructuras aperiódicas fue olvidado por mucho tiempo y a finales del siglo XIX con los estudios de Bragg y otros fundamentos del estado sólido retomaron el estudio de materiales cristalinos. Por su parte, Lord Rayleigh formalizó el estudio de cristales periódicos afectando el movimiento de electrones para medios metálicos y semiconductores, encontrado la existencia de banda prohibida [4]. Sin embargo, 100 años después Eli Yablonovitch y Sajeev John, presentaron dos propuestas independientes sobre la emisión espontánea y localización de la luz respectivamente [5,6], dando inicio al estudio y la aplicación de los CF.

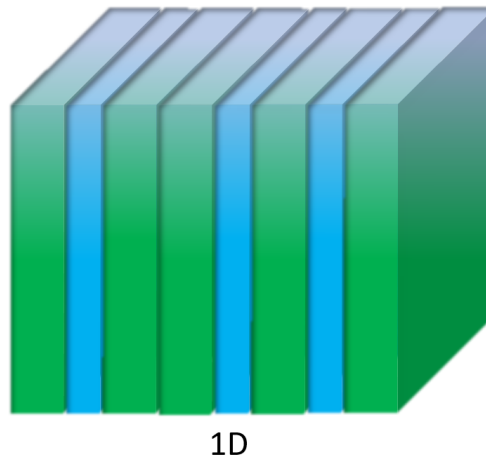
Simultáneamente en 1984, Shechtman, Blech, Gratias y Cahn publicaron el artículo (Fase metálica con orden de orientación de largo alcance y sin simetría traslacional) [17], formalizando el descubrimiento de cuasicristales. Este estudio amplía la definición de qué es un

crystal, puesto que, el concepto de cristal estaba tan limitado a estructuras periódicas con simetría traslacional que cambió la forma de identificar este tipo de estructuras.

Esta evolución ha permitido establecer que los CF son estructuras ópticas en las que la variación del índice de refracción es directamente proporcional a la constante dieléctrica. Los CF son diseñados para afectar la propagación de los fotones de un modo similar a la manera en que el potencial periódico de un semiconductor afecta a la propagación de los electrones [7]; si su geometría está en una o dos dimensiones, estos poseen una banda prohibida incompleta, es decir, que la luz puede encontrar algún camino en el que se pueda propagar. Por su lado, a diferencia de los CFs en tres dimensiones, la luz se localizaría en todas las direcciones [2] representado en la figura (2-1,2-2), se considera las geometrías 1D, 2D y 3D para un CF periódico y la estructura 1D para un cristal cuasiperiódico respectivamente.

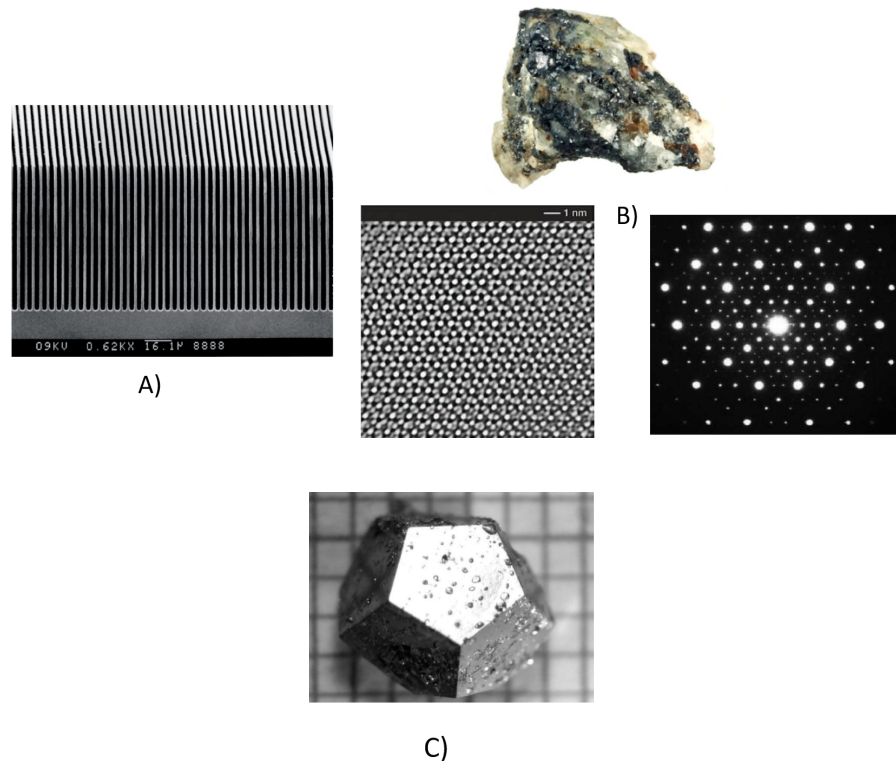


**Figura 2-1:** Ejemplo de CF 1D, 2D y 3D. La periodicidad en una, dos o las tres direcciones espaciales define la dimensionalidad del sistema [18].



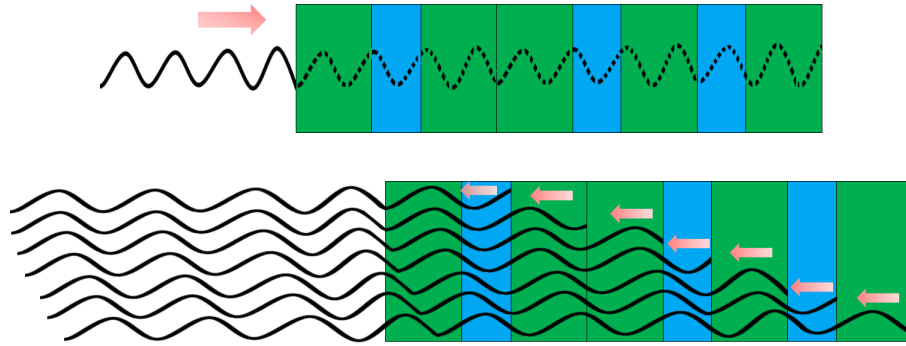
**Figura 2-2:** Ejemplo de un CF-1D de Fibonacci.

Por otro lado, los CFs son complejos de fabricar debido a las dimensiones nanométricas que presenta la distribución determinada de los materiales. Recientemente, la fabricación de CFs unidimensionales ha mejorado notablemente en varios métodos, como el método de recubrimiento por centrifugación, el método sol-gel, el método de micromaquinado electroquímico y el método de anodización electroquímica. Por otra parte, la fabricación de CFs bidimensionales son aún más complejos, los métodos de litografía con holografía láser también se ha desarrollado para fabricar cristales fotónicos orgánicos bidimensionales y cuasicristales fotónicos [3, 10]. Por ejemplo, en la figura (2-3A) muestra un CF-1D de silicio captado con la técnica de microscopía electrónica de barrido (SEM) fabricado con el método de micromecanizado electroquímico. En cuanto a las montañas de Koryak (Rusia), se dio el primer cuasicristal natural véase en la figura (2-3B), mostrando que estos cuasicristales se pueden formar y permanecer de forma estable en un medio con condiciones específicas naturales [19]. En cambio, los cuasicristales sintéticos presentan una gran variabilidad en su fabricación, puesto que su modulación determinista es de gran utilidad para la manipulación de la luz en un cristal, un ejemplo de ellos es el cuasicristal de  $Al-Pd-Re$  de la figura (2-3C).



**Figura 2-3:** A): CF-1D de de silicio [10]. B): cuasicristal natural observado con su estructura atómica y patrón de difracción [19]. C): Cuasicristal de  $Al - Pd - Re$  [19]

En general, las ondas electromagnéticas sufren un fenómeno llamado interferencia; este término hace alusión a dos ondas que se propagan sobre múltiples capas, en este caso compuestas por materiales dieléctricos y superconductor con un arreglo cuasiperiódico. Sin embargo, esta propagación de ondas son reflejadas y refractadas en cada material de constantes dieléctricas distintas superponiéndose, dando dos posibles resultados, interferencia constructiva e interferencia destructiva como se muestra en la figura (2-4). La formación de este tipo de fenómenos en un CF, está relacionado directamente por el tamaño de los materiales que componen cada capa con la longitud de onda incidente, ya que deben de estar bajo el mismo orden. Así pues, la variabilidad de aplicaciones en la óptica se encuentran en el espectro visible.



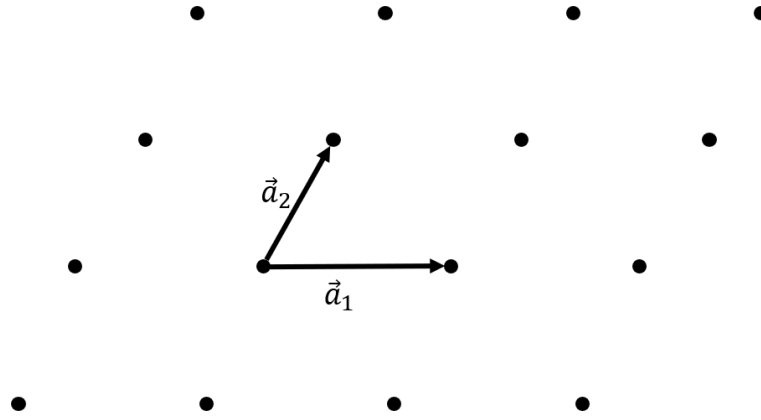
**Figura 2-4:** Onda electromagnética incidiendo sobre  $N$  capas de diferente material ordenadas cuasiperiódicamente [20].

## 2.1. Red Cristalina

En la cristalografía moderna o del estado sólido, una estructura cristalina está determinada por una distribución espacial de infinitos puntos ordenados y orientados que parecen exactamente la misma, independientemente de la posición en la que se observe que a su vez pueden ser átomos, iones o moléculas [21–24]. Esta distribución determinista de puntos forman un conjunto de vectores de posición primitivos a través de todo el espacio llamado red de Bravais. Estos vectores primitivos se representan de la forma:

$$\vec{R} = n_1\vec{a}_1 + n_2\vec{a}_2 + n_3\vec{a}_3 \quad (2-1)$$

Donde  $\vec{a}_1$ ,  $\vec{a}_2$  y  $\vec{a}_3$  son tres vectores lineales independientes y  $n_1, n_2, n_3$  son números enteros que representa la cantidad de veces que se desplaza el vector primitivo donde el conjunto de puntos  $\vec{R}$  que constituyen una red de Bravais es llamado red directa.



**Figura 2-5:** Red de Bravais bidimensional [25].

Una forma de facilitar el estudio de los cristales, es construir una celda unitaria con el método de Wigner-Seitz, como se muestra en la figura (2-5), donde la región más pequeña forma toda una red cristalina con el vector de traslación de la Ec. (2-1) que presenta información de parámetros de red como magnitud y orientación de  $\vec{a}_i$ .

Para describir matemáticamente las condiciones y fenómenos que ocurren en un sólido cristalino con mayor exactitud y comodidad, se define un espacio abstracto llamado red recíproca que no existe en el cristal [26]. Sin embargo, existe una relación entre la red directa y la red recíproca, donde el conjunto de vectores primitivos de la red directa generan los vectores de la red recíproca. De modo que, una red recíproca sigue siendo una red de Bravais de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}\vec{b}_1 &= 2\pi \frac{\vec{a}_2 \times \vec{a}_3}{\vec{a}_1 \cdot (\vec{a}_2 \times \vec{a}_3)} \\ \vec{b}_2 &= 2\pi \frac{\vec{a}_3 \times \vec{a}_1}{\vec{a}_1 \cdot (\vec{a}_2 \times \vec{a}_3)} \\ \vec{b}_3 &= 2\pi \frac{\vec{a}_1 \times \vec{a}_2}{\vec{a}_1 \cdot (\vec{a}_2 \times \vec{a}_3)}\end{aligned}\tag{2-2}$$

Definiendo un vector recíproco en el espacio de frecuencias  $\vec{G}$ , como:

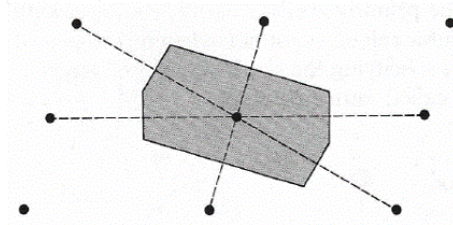
$$\vec{G} = K_1 \vec{b}_1 + K_2 \vec{b}_2 + K_3 \vec{b}_3\tag{2-3}$$

Dónde el conjunto de vectores de red recíprocos  $\vec{G}$  determina las posibles reflexiones, y los coeficientes  $K_1, K_2, K_3$ , son números enteros que representan la cantidad de desplazamientos

sobre los vectores primitivos recíprocos  $\vec{b}_i (i = 1, 2, 3)$ . Por otra parte, el conjunto de coeficientes enteros conforman vectores de onda  $k$  que pertenecen a la red recíproca. Así que, el producto del vector de onda de la red recíproca con el vector de red directa es  $2\pi m$ .

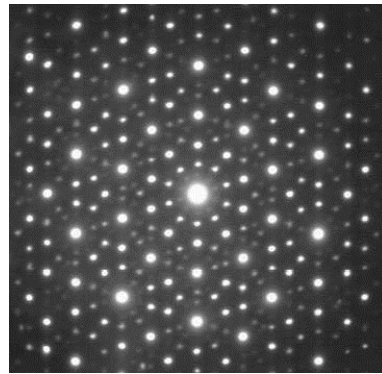
### 2.1.1. Zona y Cuasi Zona de Brillouin

Una zona de Brillouin se caracteriza por ser la zona más reducida de un cristal. Esta zona se conoce como celda Wigner-Seitz que, a su vez, es la celda primitiva con simetría completa en la red de Bravais. La celda de Wigner-Seitz sobre un punto, es la región del espacio que está más cerca de ese punto a cualquier otro punto de la red, presentando simetría traslacional como muestra la figura (2-6) [25].

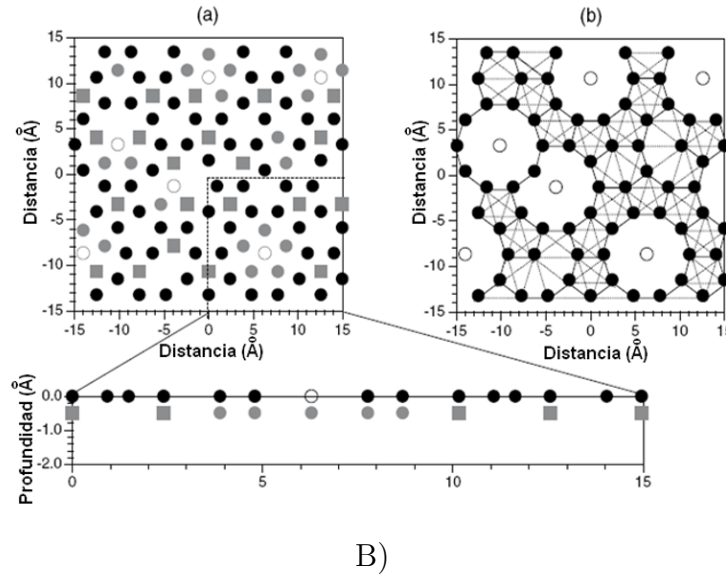


**Figura 2-6:** Celda de Wigner-Seitz o primera zona de Brillouin para una red bidimensional [25].

Por otra parte, los cuasicristales se diferencian de los cristales por las zonas de Brillouin, puesto que, dependen del punto de referencia que se considere el patrón de difracción denominando estos espacios como cuasi zonas de Brillouin vease en la figura (2-7A) . Una vez establecida la cuasi zona a estudiar, se pueden explicar y entender mejor las propiedades de transporte en los cuasicristales, así como, determinar las bandas de energía, la transmitancia, entre otras. Un ejemplo de estructuras cuasiperiódicas se da en los patrones de penrose de la figura (2-7B).



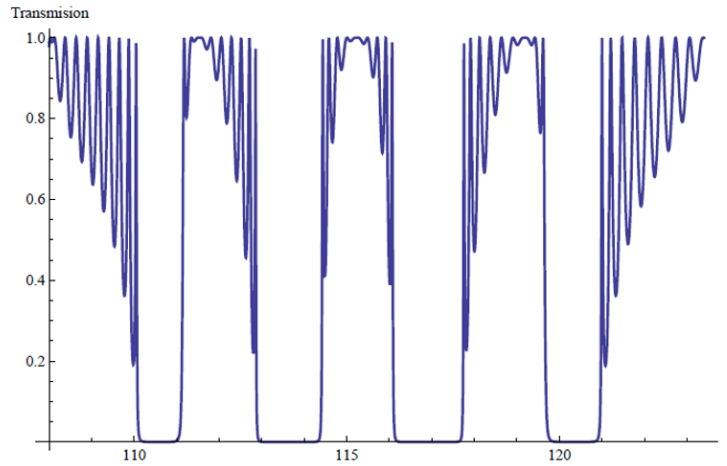
A)



**Figura 2-7:** A): Patrón de difracción electrónico de un cuasicristal icosaédrico de holmio-magnesio-zinc [27]. B): Un patrón de Penrose para la estructura cuasicristalina  $Al - Pd - Mn$  [28]

## 2.2. Estructura de Bandas Fotónicas

La transmisión de una onda electromagnética (LUZ) a través de un CF, presenta efectos dispersivos debido a los componentes y factores externos que influyen en el cristal, tales como, el espesor de los materiales, el ángulo de incidencia de la onda electromagnética, la presión, la temperatura y la modulación de los materiales que forman el CF. De modo que, la interacción de la onda con el cristal produce interferencia constructiva y destructiva de las ondas electromagnéticas, dando lugar a regiones llamadas band gaps o bandas fotónicas, en las cuales pueden o no existir estados fotónicos [10]. Estos estados fotónicos se pueden representar en un espectro de transmitancia, que son determinados por métodos analíticos y semianalíticos como: método de ondas planas, método de diferencias finitas, método de Orden-N, método de Korringa-Kohn-Rostoker, método de Matriz de transferencia, entre otros [29–31]. El método que se implementa en este trabajo será el método de matriz de transferencia [13] que será tratado con más detalle en una sección posterior. En efecto, estos métodos permiten determinar los valores continuos de la transmitancia con una relación directa, puesto que, éstos son tabulados y graficados formando un espectro de transmitancia. Allí se aprecian las bandas fotónicas donde son variados los parámetros internos y externos del cristal para lograr la debida sintonización. Por ejemplo, la figura (2-8) muestra bandas fotónicas en CF periódicos.



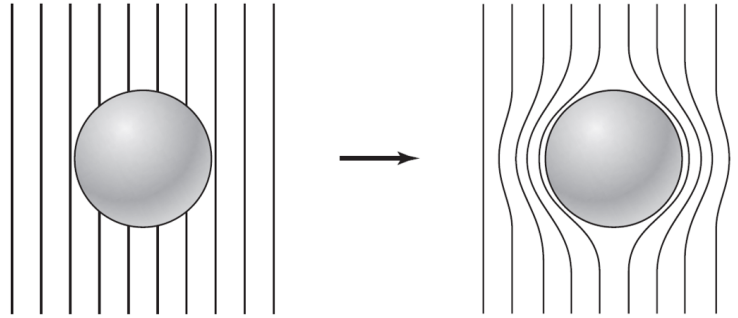
**Figura 2-8:** Espectro de transmisión para un cristal periódico, con  $\lambda(\eta m)$  [2].

## 2.3. Superconductividad

El CF está constituido por capas moduladas del dieléctrico titanato de bario ( $BaTiO_3$ ) y el superconductor óxido de cobre bario de itrio ( $YBa_2Cu_3O_{7-x}$ ) donde estos materiales han sido estudiados por González en su artículo ( $YBa_2Cu_3O_{7-x}/BaTiO_3$ ) *1D Superconducting Photonic Crystal with Tunable Broadband Response in the Visible Range* [12].

Ahora bien, los materiales superconductores se caracterizan por perder toda resistencia eléctrica y presentar propiedades diamagnéticas cuando se someten por debajo de ciertas temperaturas [32]. En 1911, el físico holandés Heike Kamerlingh Onnes y su equipo, estudiando propiedades de la materia a muy baja temperatura descubrieron cómo la resistividad eléctrica del mercurio ( $Hg$ ) disminuye a tal punto de ser cero a una temperatura por debajo de los  $4.2K(-269^\circ C)$ , conocida como temperatura crítica  $T_c$ . Está investigación les valió el premio nobel de física en 1913, no obstante, el estudio de materiales concluyó que la mayoría de elementos químicos se vuelven superconductores a una temperatura muy baja [33]. Posteriormente en 1933, Walther Meissner y Robert Ochsenfeld notaron que al someter materiales por debajo de la  $T_c$ , experimentan dos propiedades características de la superconductividad; la primera, la no resistencia al flujo de corriente eléctrica, es decir, que la resistencia del material disminuye a cero. De modo que, la corriente circula sin oposición alguna sobre el material sin ninguna pérdida de energía, denominada como conductividad perfecta. La segunda, exclusión de campos magnéticos externos denominado efecto Meissner, el cual explica lo que le ocurre a un material cuando hace transición del estado normal a superconductor, donde los campos magnéticos internos excluyen de manera activa los campos externos permaneciendo en su superficie [34].





**Figura 2-9:** Efecto Meissner en una esfera superconductora [24].

Tiempo más tarde, en 1935 los hermanos Fritz y Heinz London, desarrollan la primera teoría fenomenológica con una descripción simple de la electrodinámica de la superconductividad, ecuaciones que son consistentes en el efecto Meissner. Estas ecuaciones se pueden aplicar a las ecuaciones de Maxwell y en efecto determinar el comportamiento variante del campo magnético y la corriente de superficie desde la superficie de un superconductor [35]. Sin embargo, el estudio de los hermanos London da una descripción fenomenológica de los aspectos básicos de la superconductividad, que se fundamenta con las dos ecuaciones de London establecidas como:

$$\vec{\nabla} \times \vec{J}_s = -\frac{n_s e^2}{mc} \vec{B}$$

$$\frac{\partial \vec{J}_s}{\partial t} = \frac{n_s e^2}{m} \vec{E} \quad (2-4)$$

Donde  $\vec{J}_s$  es la densidad de corriente que circula en un medio de densidad  $n_s$  y con una carga  $e$  (véase en el anexo A). Estas ecuaciones no dan explicación a la superconductividad, sino que son condiciones implementadas a las ecuaciones de Maxwell para ver el comportamiento de los superconductores, con el fin de que sus observaciones experimentales fueran consistentes. Ahora, considerando la siguiente ecuación de Maxwell:

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{4\pi}{c} \vec{J}_s \quad (2-5)$$

Donde las corrientes de los medios son despreciadas y con ayuda de un proceso vectorial determinan la ecuación del campo de inducción magnética tratados en los textos [3, 23, 31, 35, 36]. Además, la solución a esta ecuación formaliza la definición de Profundidad de Penetración definida cómo:

$$\lambda_L = \frac{\lambda_0}{\left[1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^p\right]^{\frac{1}{2}}} \quad (2-6)$$

Esta relación se ajusta a los resultados experimentales, notando que en la  $T_c$ , el campo magnético penetra completamente el material puesto que  $\lambda_L$  no diverge. Sin embargo, cuando la  $T_c$  es mayor que la temperatura de operación, la profundidad de penetración tiende al valor experimental cuando  $T$  tiende a 0, de manera que, se establece el efecto Meissner en el cuerpo del superconductor [37].

Tiempo más tarde, tanto la física fundamental como la teoría cuántica elemental del estado sólido no lograba explicar adecuadamente el estado superconductor de la materia. De manera que en 1957, tres investigadores estadounidenses, John Bardeen, Leon Cooper y John Schrieffer desarrollaron la teoría fenomenológica de la superconductividad conocida como teoría **BCS**, teoría que da explicación al comportamiento de los materiales superconductores [33]. Una característica ya mencionada de los superconductores es que pierden rápidamente toda resistencia al flujo de corriente eléctrica cuando se llegan a temperaturas muy bajas, cercanas al cero absoluto. Además, Cooper había descubierto que los electrones se agrupan en pares, denominados pares de cooper [38]. La relación que explica el movimiento de los electrones en un superconductor cuando se somete a una diferencia de potencial y éste es retirado generando una corriente. De manera que, los pares de cooper se mueven indefinidamente sin encontrar oposición o a ser detenidos; para que la corriente se detenga es necesario que los pares se detengan todos al mismo tiempo, lo cual es poco probable. Cuando el superconductor se empieza a calentar, los pares de Cooper se separan volviendo a ser electrones individuales generando que el material vuelva a su estado no superconductor [24, 34, 38]. Finalmente, La teoría BCS da explicación a muchos más comportamientos de los materiales superconductores, y con ello abriendo una ventana de grandes avances en nuevas tecnologías, donde la implementación de estos materiales presentan un reto considerable para la ingeniería como lo es el tren por levitación magnética, la implementación de dispositivos superconductores en la electrónica, entre muchos otros.

### 2.3.1. Superconductores Tipo I Y II

Los materiales superconductores están clasificados en dos tipos, tipo I y tipo II. El tipo I son elementos puros, y entre los elementos puros el niobio no entra en esta clasificación debido sus propiedades magnéticas y térmicas al momento de ser superconductor. Esta clasificación se da cuando el material puro se enfría por debajo de su  $T_c$  originando un campo magnético

crítico o efecto meissner donde su resistividad es cero y muestra un diamagnetismo perfecto. Como respuesta a ello, los campos magnéticos no penetran el material mientras se encuentre en su estado superconductor [39–41]. En cambio, los superconductores tipo II son aleaciones de materiales donde su campo magnético crítico es variable debido a que el material se encuentra en un estado mixto, esta variabilidad manifiesta un efecto Meissner variable con un campo magnético incompleto sin importar su estructura y tamaño geométrico.

## 2.4. Fundamentación Teórica de los Cristales Fotónicos

### 2.4.1. Ecuaciones de Maxwell

Los fenómenos de interacción de campos electromagnéticos en materiales ópticos como los CF, son estudiados con la teoría electromagnética que se fundamenta en las ecuaciones de Maxwell en forma diferencial o integral. Con ellas desarrollaremos un método semi analítico que nos ayudará a entender conceptos ópticos. Por otra parte, en este trabajo trataremos con las 4 ecuaciones de Maxwell en forma diferencial para medios materiales que relacionan campos eléctricos y magnéticos de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
 \vec{\nabla} \cdot \vec{D}(\vec{r}, t) &= \rho(\vec{r}, t) \\
 \vec{\nabla} \cdot \vec{B}(\vec{r}, t) &= 0 \\
 \vec{\nabla} \times \vec{E}(\vec{r}, t) &= -\frac{\partial \vec{B}(\vec{r}, t)}{\partial t} \\
 \vec{\nabla} \times \vec{H}(\vec{r}, t) &= \vec{J}(\vec{r}, t) + \frac{\partial \vec{D}(\vec{r}, t)}{\partial t}
 \end{aligned} \tag{2-7}$$

$\vec{E}(\vec{r}, t)$  y  $\vec{H}(\vec{r}, t)$  corresponde al campo eléctrico y magnético.  $\vec{D}(\vec{r}, t)$  y  $\vec{B}(\vec{r}, t)$  son los campos de desplazamiento eléctrico y de inducción magnética respectivamente. La densidad de corriente  $\vec{J}(\vec{r}, t)$  y la densidad de carga  $\rho(\vec{r}, t)$  como fuentes generadoras. Por otro lado, los campos y las fuentes son funciones que dependen de las coordenadas de posición y tiempo. Así que, para dar una descripción completa es necesario considerar las ecuaciones constitutivas para medios lineales, homogéneos e isotrópicos:

$$\vec{D}(\vec{r}, t) = \epsilon_0 \epsilon(\vec{r}) \vec{E}(\vec{r}, t) \quad \vec{B}(\vec{r}, t) = \mu_0 \mu(\vec{r}) \vec{H}(\vec{r}, t) \tag{2-8}$$

Donde  $\epsilon_0$  la permitividad en el vacío,  $\epsilon(\vec{r})$  es la constante dieléctrica del material que depende específicamente del material y su estructura de red;  $\mu_0$  es la permeabilidad magnética en el vacío, y  $\mu(\vec{r})$  es la permeabilidad magnética relativa. El cuasicristal al ser una estructura casi periódica, se asume una región libre de fuentes con  $\rho(\vec{r}, t) = \vec{J}(\vec{r}, t) = 0$ , y consideramos un medio no magnético, donde la permeabilidad  $\mu(\vec{r}) \approx 1$ , comportándose como en el vacío. De manera que, las ecuaciones de Maxwell se pueden reescribir de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
 \vec{\nabla} \cdot \epsilon(\vec{r}) \vec{E}(\vec{r}, t) &= 0 \\
 \vec{\nabla} \cdot \vec{H}(\vec{r}, t) &= 0 \\
 \vec{\nabla} \times \vec{E}(\vec{r}, t) &= -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}(\vec{r}, t)}{\partial t} \\
 \vec{\nabla} \times \vec{H}(\vec{r}, t) &= \epsilon_0 \epsilon(\vec{r}) \frac{\partial \vec{E}(\vec{r}, t)}{\partial t}
 \end{aligned} \tag{2-9}$$

Aplicando propiedades vectoriales podemos desacoplar los campos  $\vec{E}(\vec{r}, t)$  y  $\vec{H}(\vec{r}, t)$  de las ecuaciones (2-9) de la siguiente manera:

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{E}(\vec{r}, t) = \epsilon_0 \mu_0 \epsilon(\vec{r}) \frac{\partial^2 \vec{E}(\vec{r}, t)}{\partial t^2} \tag{2-10}$$

$$\vec{\nabla} \times \left( \frac{1}{\epsilon(\vec{r})} \vec{\nabla} \times \vec{H}(\vec{r}, t) \right) = -\epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{H}(\vec{r}, t)}{\partial t^2} \tag{2-11}$$

Las ecuaciones de Maxwell son lineales, permitiendo separar los campos con una parte espacial y otra temporal en un conjunto de modos armónicos.

$$\begin{aligned}
 \vec{E}(\vec{r}, t) &= \vec{E}(\vec{r}) e^{i\omega t} \\
 \vec{H}(\vec{r}, t) &= \vec{H}(\vec{r}) e^{i\omega t}
 \end{aligned} \tag{2-12}$$

Reemplazando las ecuaciones (2-12) en las ecuaciones (2-10) respectivamente, (2-11), obtenemos las ecuaciones de onda para campos electromagnéticos en un CF.

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{E}(\vec{r}) = \left( \frac{\omega}{c} \right)^2 \epsilon(\vec{r}) \vec{E}(\vec{r}) \tag{2-13}$$

$$\vec{\nabla} \times \left( \frac{1}{\epsilon(\vec{r})} \vec{\nabla} \times \vec{H}(\vec{r}) \right) = \left( \frac{\omega}{c} \right)^2 \vec{H}(\vec{r}) \tag{2-14}$$

Definiendo  $\hat{\Theta}_H$  como:

$$\hat{\Theta}_H = \vec{\nabla} \times \left( \frac{1}{\epsilon(\vec{r})} \vec{\nabla} \times \right) \quad (2-15)$$

donde  $\hat{\Theta}_H$  es el operador Hermítico ó ecuación maestra que en electrodinámica es el operador de Maxwell. Está ecuación maestra, describe las propiedades de propagación de una onda electromagnética en un CF determinada por las componentes del campo  $\vec{H}(\vec{r})$  en función de la constante dieléctrica con una distribución periódica, que a su vez depende de los factores externos e internos del cristal [10]. Por otro lado, esta ecuación maestra satisface las ecuaciones de onda y son válidas para los modos de polarización TE y TM.

$$\epsilon(\vec{r}) = \epsilon(\vec{r} + \vec{R}) \quad (2-16)$$

Con  $\vec{R}$  definido como el vector de red del cristal fotónico. También, tomando las ecuaciones (2-10), (2-11) y sustituyendo en las relaciones constitutivas para medios lineales Ec. (2-9), se obtuvieron las relaciones del campo eléctrico y magnético con dependencia mutua de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \vec{E}(\vec{r}) &= -\frac{i}{\omega\epsilon(\vec{r})} \vec{\nabla} \times \vec{H}(\vec{r}) \\ \vec{H}(\vec{r}) &= -\frac{i}{\omega\mu\mu_0} \vec{\nabla} \times \vec{E}(\vec{r}) \end{aligned} \quad (2-17)$$

El tratamiento teórico de los CF-1D periódicos con simetría traslacional en la constante dieléctrica es el mismo que para un CF-1D cuasiperiódico, esto se debe a que en un CF-1D cuasiperiódico su simetría depende del origen de la primera zona de Brillouin tratadas en la sección **(2.2.1)** [25]. También dependerá de la organización de los materiales que conformarán dicho CF que se tratara en una sección posterior.

### 3. Método de Matriz de Transferencia

Los métodos semianalíticos han permitido solucionar problemas casi imposibles con altos costos computacionales. Estos métodos son de gran ayuda en áreas de la física como en mecánica cuántica, dinámica de fluidos, procesos nucleares entre otros. Para el estudio de los CF basados en las ecuaciones de Maxwell, existen métodos aproximados como métodos de expansión de ondas planas y métodos de diferencias finitas en el dominio de frecuencias, utilizado para determinar estructuras de bandas en un CF unidimensional. Otros métodos, como método de Orden-N, método de Korringa-Kohn-Rostoker, método de Matriz de transferencia, entre otros [29–31] estudian algunas propiedades fundamentales para las estructuras multicapas periódicas, no periódicas y cuasiperiódicas. En este trabajo se implementó el método de matriz de transferencia que consiste en caracterizar la interfaz de cada capa que conforma el CF con una matriz llamada matriz dinámica, la cual brinda información sobre lo que le ocurre a la onda cuando atraviesa dicha interfaz. Sin embargo, aunque esto sería un modelo ideal, realmente las capas poseen un espesor o parámetro de red  $d$ , donde las ondas que se transmiten por la interfaz de propagación, experimentan un cambio de fase en la dirección de propagación, razón por la cual se caracteriza con una matriz llamada matriz de propagación, permitiendo así, construir una matriz general para todo el CF unidimensional cuasiperiódico de la siguiente manera:

$$M = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{pmatrix} = D_0^{-1} \prod_{j=1}^N M_j D_0 \quad (3-1)$$

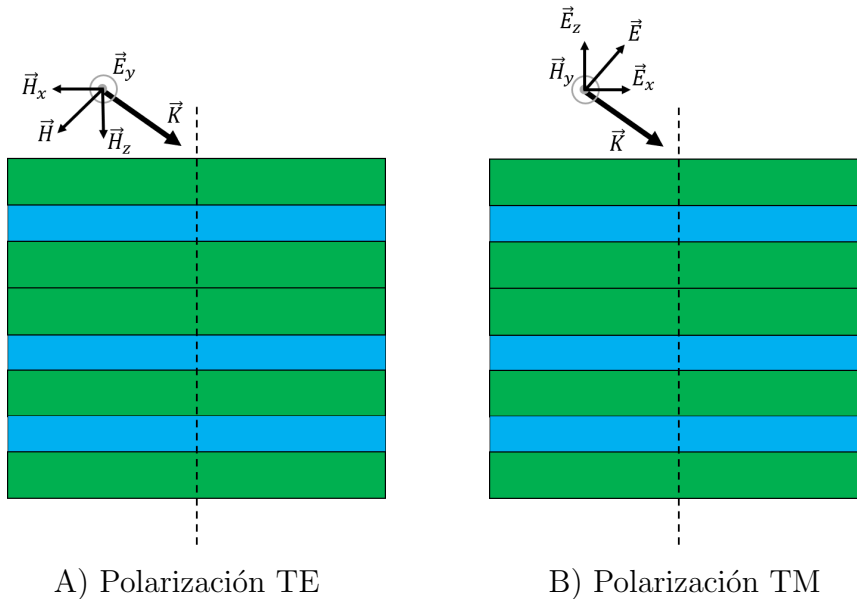
Donde  $M$  es la matriz de transferencia total del CF. De manera que  $D_0$  es la matriz dinámica del aire y  $M_j$  es la matriz de transferencia de cada capa definida como:

$$M_j = D_j P_j D_j^{-1} \quad (3-2)$$

De manera  $M_j$  esta compuesta por una matriz dinámica  $D_j$  y de propagación  $P_j$ , siendo determinadas en la sección siguiente para modos de polarización TE y TM. Con la construcción de la matriz  $M_j$ , determinamos la transmitancia con ayuda de una ecuación tratada en una sección posterior y este valor se representa gráficamente como un espectro continuo denominado espectro de transmitancia. Finalmente, variando factores externos en las constantes dieléctricas como la temperatura, los parámetros de red, el ángulo de incidencia y la polarización de la onda, se podrá sintonizar el CF para diversidad de aplicaciones.

### 3.1. Formulación Matricial en un CF-1D para Modos de Polarización TE y TM

El método de matriz de transferencia descrita anteriormente, está compuesta por una matriz dinámica y una de propagación, que depende de la constante dieléctrica y de la polarización del campo electromagnético incidente en el cristal, como se aprecia en la figura (3-1).

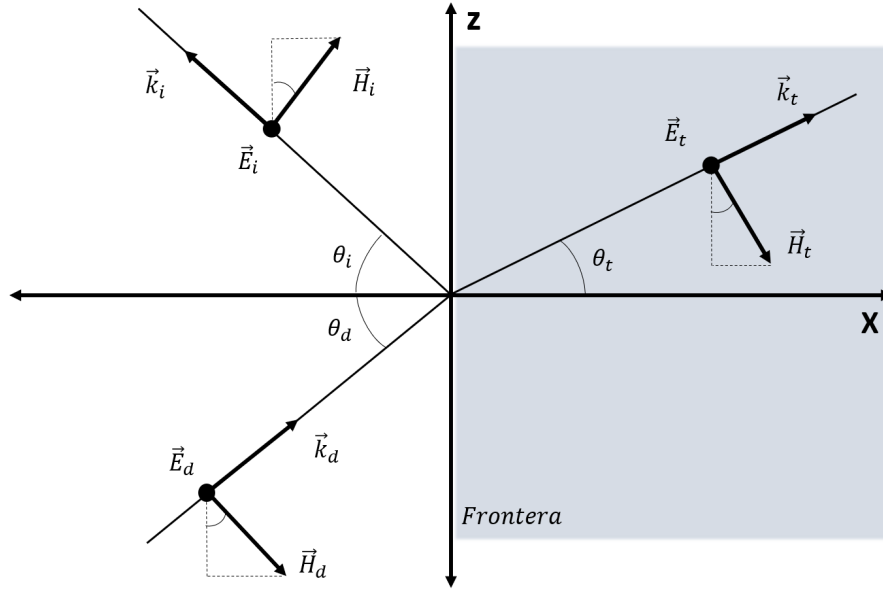


**Figura 3-1:** Modos de polarización definidos para estructuras cuasicristalinas con geometría unidimensional [42]

La polarización de un campo electromagnético modifica las expresiones matriciales del método de matriz de transferencia, para ello se estudió independientemente cada modo de polarización.

### 3.1.1. Modo TE

En la figura (3-2), el campo electromagnético incide entre dos medios, donde el vector de onda  $K_j$  indica la dirección en la que se desplaza cada onda, mientras el campo eléctrico es perpendicular a la dirección de propagación y no existe ninguna componente.



**Figura 3-2:** Campo electromagnético en la frontera entre dos medios donde el campo eléctrico es perpendicular al plano [43]

Teniendo en cuenta la propagación del campo eléctrico en la figura (3-2), este se representa con la ecuación de onda  $E_y$  que se desplaza en  $x$  definiendo los sentidos de propagación,  $(+x)$  de izquierda a derecha y  $(-x)$  de derecha a izquierda. De modo que, la ecuación de onda para estas trayectorias es:

$$E_y(x) = E_d(x) e^{iK_j x} + E_i(x) e^{-iK_j x} = A(x) + B(x) \quad (3-3)$$

con  $j = 1, 2$  donde 1, 2 son los medios y homogeneizando las expresiones con las condiciones de varias fronteras, se tiene que  $E_d(x) e^{iK_j x} = A(x)$  la onda viaja de izquierda a derecha y  $E_i(x) e^{-iK_j x} = B(x)$  viaja de derecha a izquierda. Sin embargo, para especificar los campos en cada frontera tenemos en cuenta la siguiente notación.

$$A_1 = A(0^-)$$

$$B_1 = B(0^-)$$



$$\begin{aligned} A'_2 &= A(0^+) \\ B'_2 &= B(0^+) \end{aligned} \quad (3-4)$$

Aplicando condiciones de frontera para el campo eléctrico con polarización TE, se define:

$$A_1 + B_1 = A'_2 + B'_2 \quad (3-5)$$

Partiendo de la ecuación (2-17) relación del campo magnético, donde la condición de frontera para el campo magnético impone que las componentes de  $z$  deben conservarse [43].

$$\begin{aligned} \vec{H}(\vec{r}) &= -\frac{i}{\omega\mu\mu_0} \vec{\nabla} \times \vec{E}(\vec{r}) = -\frac{i}{\omega\mu\mu_0} \left[ 0, 0, \frac{\partial E_y}{\partial x} \right] \\ \vec{H}(\vec{r}) &= -\frac{i}{\omega\mu\mu_0} \frac{\partial E_y}{\partial x} \end{aligned} \quad (3-6)$$

Solucionando las derivadas pertinentes para las fronteras del campo eléctrico, se obtiene el campo magnético y aplicando condiciones de continuidad para sus partes reales, se obtiene que el campo magnético es:

$$\begin{aligned} \vec{H}_1 &= \vec{H}_2 \\ \frac{[A_1(x) - B_1(x)] K_{jx}}{\omega\mu_1\mu_0} &= \frac{[A'_2(x) - B'_2(x)] K_{jx}}{\omega\mu_2\mu_0} \end{aligned} \quad (3-7)$$

donde el vector de onda plana se dirige en el plano  $x, z$  de la siguiente manera

$$K_j = (K_{jx}, 0, K_{jz}) = \frac{\omega n_j}{c} (\cos \theta_j, 0, \sin \theta_j) \quad (3-8)$$

De manera que,  $K_{jx}$  viene dada como:

$$K_{jx} = \frac{\omega n_j}{c} \cos \theta_j \quad (3-9)$$

Entonces para determinar las relaciones de continuidad para el campo magnético reemplazamos la Ec. (3-9) en la Ec. (3-7) obtenemos:

$$\frac{[A_1(x) - B_1(x)] \omega n_1 \cos \theta_1}{c\omega\mu_1\mu_0} = \frac{[A'_2(x) - B'_2(x)] \omega n_2 \cos \theta_2}{c\omega\mu_2\mu_0} \quad (3-10)$$

Simplificando la expresión y teniendo en cuenta que son medios no magnéticos donde permeabilidad  $\mu_j = 1$  y  $n_j = \sqrt{\frac{\epsilon_j}{\mu_j}}$  tenemos que:

$$\sqrt{\epsilon_1} (A_1 - B_1) \cos \theta_1 = \sqrt{\epsilon_2} (A'_2 - B'_2) \cos \theta_2 \quad (3-11)$$

Finalmente las ecuaciones (3-5), (3-11) se pueden escribir matricialmente de la siguiente manera:

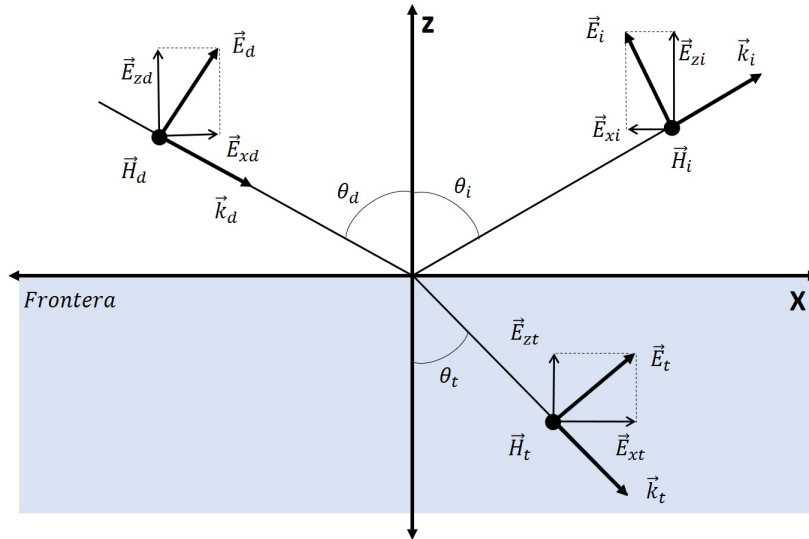
$$D_1 \begin{bmatrix} A_1 \\ B_1 \end{bmatrix} = D_2 \begin{bmatrix} A'_2 \\ B'_2 \end{bmatrix} \quad (3-12)$$

Donde la matriz dinámica para polarización TE, es:

$$D_j = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \sqrt{\epsilon_j} \cos \theta_j & -\sqrt{\epsilon_j} \cos \theta_j \end{bmatrix} \quad (3-13)$$

### 3.1.2. Modo TM

De manera análoga al caso de polarización TE, se pueden obtener las relaciones equivalentes para polarización TM. Teniendo en cuenta las componentes de los campos  $E^{\parallel}$  y  $H^{\perp}$  de las ondas incidentes, reflejada y transmitida para el caso de polarización paralela al plano de incidencia, donde el campo magnético no presenta ningún componente en la dirección de propagación como se representa en la figura (3-3) [44],



**Figura 3-3:** Campo electromagnético en la frontera entre dos medios donde el campo magnético es perpendicular al plano [44]

Partiendo de las ecuaciones de onda para el campo eléctrico en los sentidos de propagación  $x, z$  de las onda incidente, reflejada y transmitida para polarización paralela al plano de incidencia

$$\begin{aligned} E_{dx} &= \hat{x}E_d(x) \cos \theta e^{i(K_{jx}x+k_{jz}z)} \\ E_{dz} &= \hat{z}E_d(z) \sin \theta e^{i(K_{jx}x+k_{jz}z)} \\ E_{ix} &= -\hat{x}E_i(x) \cos \theta e^{-i(K_{jx}x+k_{jz}z)} \\ E_{iz} &= \hat{z}E_i(z) \sin \theta e^{i(K_{jx}x+k_{jz}z)} \end{aligned} \quad (3-14)$$

Teniendo en cuenta el sentido de la propagación de la onda se tiene que:

$$E_j(x) = E_{d1}(x) e^{i(K_{jx}x+k_{jz}z)} - E_{i1}(x) e^{-i(K_{jx}x+k_{jz}z)} \quad (3-15)$$

Definiendo  $A_1(x)$  u  $B_1(x)$  como:

$$A_1(x) = E_d(x) e^{i(K_{jx}x+k_{jz}z)} \quad ; \quad B_1(x) = E_i(x) e^{-i(K_{jx}x+k_{jz}z)} \quad (3-16)$$

Por continuidad se tiene:

$$\begin{aligned} \vec{E}_1 &= \vec{E}_2 \\ \cos \theta_1 A_1(x) - \cos \theta_1 B_1(x) &= \cos \theta_2 A'_2(x) - \cos \theta_2 B'_2(x) \end{aligned} \quad (3-17)$$

Ahora, considerando la ecuación (2-17) relación del campo magnético, y teniendo en cuenta las condiciones de frontera para el campo magnético se tiene que:

$$\vec{H}(\vec{r}) = -\frac{i}{\omega \mu \mu_0} \frac{\partial E_d(x)}{\partial z} \quad (3-18)$$

Realizando las derivadas pertinentes para las fronteras del campo eléctrico se obtiene el campo magnético

$$\vec{H}_1 = \frac{[A_1(x) + B_1(x)] \omega n_1 \cos \theta}{c \mu_1 \mu_0} \quad (3-19)$$

Aplicando condiciones de continuidad al campo magnético entre dos medios, se obtiene.

$$\vec{H}_1 = \vec{H}_2$$

$$\frac{[A_1(x) + B_1(x)] \omega n_1 \cos \theta}{c \mu_1 \mu_0} = \frac{[A'_2(x) + B'_2(x)] \omega n_2 \cos \theta}{c \mu_2 \mu_0} \quad (3-20)$$

Simplificando la expresión y teniendo en cuenta que son medios no magnéticos donde permeabilidad  $\mu_j = 1$  y  $n_j = \sqrt{\frac{\epsilon_j}{\mu_j}}$  tenemos que:

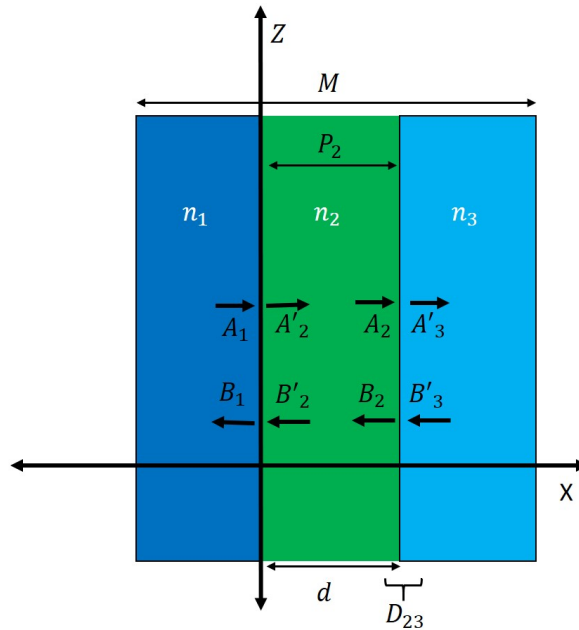
$$[A_1(x) + B_1(x)] \sqrt{\epsilon_1} = [A'_2(x) + B'_2(x)] \sqrt{\epsilon_2} \quad (3-21)$$

Finalmente, las ecuaciones (3-17) , (3-21) se pueden escribir matricialmente, donde la matriz resultante es llamada matriz dinámica para polarización TM, dada de la forma:

$$D_j = \begin{bmatrix} -\cos \theta_j & \cos \theta_j \\ \sqrt{\epsilon_j} & \sqrt{\epsilon_j} \end{bmatrix} \quad (3-22)$$

### 3.1.3. Matriz Característica de una Multicapa

Anteriormente hemos determinado las matrices dinámicas para los modos TE y TM, que caracterizan las ondas de campo incidentes en las fronteras. Sin embargo, para completar la transmisión de la onda a través de toda una estructura cristalina, hace falta introducir la matriz de propagación que caracteriza los cambios de fase de la onda a lo largo de la dirección  $x$  como se representa en la figura (3-4):



**Figura 3-4:** Denominación de las ondas que se propagan en diferentes sentidos en cada frontera de de una película [41]

Al introducir los espesores de las capas o parámetro de red  $d$  en el medio  $j$ , se produce un cambio de fase, donde las ondas que se transmiten por la interfaz de propagación son las que sufren dicho cambio. Este cambio es representado cuantitativamente como:

$$\phi_j = K_{jx} h_{jx} \quad (3-23)$$

Donde  $\phi_j$  es el cambio de fase,  $K_{jx}$  es la onda transmitida en esa interfaz y  $h_{jx}$  representa el cambio de la posición de la frontera. Sin embargo, será positiva para la onda que se propaga hacia la derecha y negativa para la onda que se propaga hacia la izquierda. Este cambio se representa en la matriz de propagación  $P_j$  definida por las relaciones

$$\begin{bmatrix} A'_j \\ B'_j \end{bmatrix} = P_j \begin{bmatrix} A_j \\ B_j \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} e^{-i\phi_j} & 0 \\ 0 & e^{i\phi_j} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_j \\ B_j \end{bmatrix} \quad (3-24)$$

De esta manera se define la matriz de propagación  $P_j$  para cualquier medio como:

$$P_j = \begin{bmatrix} e^{-i\phi_j} & 0 \\ 0 & e^{i\phi_j} \end{bmatrix} \quad (3-25)$$

### 3.1.4. Secuencia de Fibonacci

La secuencia o sucesión de Fibonacci descrita en Europa en el siglo XIII por el matemático Italiano Leonardo de Pisa, también conocido como Fibonacci, tiene origen con los números 0 y 1 respectivamente. A partir de ellos, el número siguiente es la suma de los dos anteriores obteniendo una secuencia de esta manera [45, 46]

$$0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1597, 2584, \dots \quad (3-26)$$

Esta sucesión numérica, se puede definir formalmente como una recurrencia de la siguiente manera:

$$f_n = f_{n-1} + f_{n-2} \quad \text{para } n > 1 \quad (3-27)$$

No obstante, se desea determinar una estructura cristalina que dependa del número de capas moduladas, conocidos como números de Fibonacci. De modo que, la ecuación anterior se puede expresar mediante una serie de elementos, objetos, matrices, de tal forma que el elemento  $f_0$  representará un material en el cristal que lo llamaremos  $Y$ , y el elemento  $f_1$  lo llamaremos  $B$ . Así pues, el resto de elementos de la secuencia se modulan con la sucesión de Fibonacci, cambiamos  $f = S$  de la siguiente forma [9, 13]:

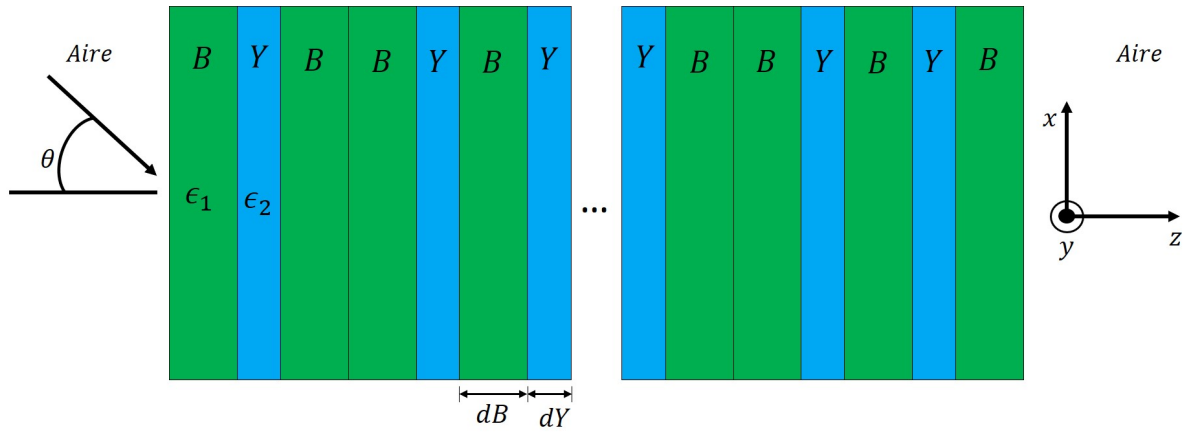
$$S_n = S_{n-1} + S_{n-2} \quad (3-28)$$

Corriendo la secuencia de Fibonacci hasta orden 6, podemos ver la modulación de los materiales  $Y$  y  $B$  donde el número total de capas del orden a correr corresponde al número de Fibonacci [13].

$$\begin{aligned} S_0 &= Y \\ S_1 &= B \\ S_2 &= BY \\ S_3 &= BYB \\ S_4 &= BYBBY \\ S_5 &= BYBBYBYB \\ S_6 &= BYBBYBYBBYBBY \\ &\dots \end{aligned} \tag{3-29}$$

## 4. Tratamiento del Problema

Para un CP-1D de Fibonacci como se muestra en la figura (3-5), se tiene en cuenta la modulación determinista de las capas descritas en la sección anterior. También, los factores externos e internos de cada material, espesor, ángulo de incidencia de la onda electromagnética, temperatura de operación, temperatura crítica, longitud de penetración que se encuentran inmersas en las relaciones de permitividad relativa, estudiadas por González [12].



**Figura 4-1:** Estructura cuasiperiódica en 1D.

Ahora bien, las relaciones de permitividad relativa  $\epsilon_1$  y  $\epsilon_2$  para los materiales  $BaTiO_3$  y  $YBa_2Cu_3O_{7-x}$  respectivamente, donde  $\epsilon_1$  es un parámetro inicial constante, mientras  $\epsilon_2$  es un material superconductor y su permitividad está determinada por la expresión:

$$\epsilon_2 = 1 - \frac{\omega_{th}^2}{\omega} \quad (4-1)$$

Donde  $\omega_{th}$ , es la frecuencia umbral definida como:

$$\omega_{th}^2 = \frac{c^2}{\lambda_L^2} \quad (4-2)$$

$\lambda_L$  es la longitud de penetración que depende de la temperatura de operación, la temperatura crítica y longitud de onda inicial descritas en la ecuación de Gonazáles y London [12, 35, 37] respectivamente. Reemplazando la Ec. 4-2 en la Ec.4-1 se obtiene la permitividad relativa para el material superconductor con  $P = 2$ .

$$\epsilon_2 = 1 - \left( \frac{\lambda}{2\pi\lambda_0} \right)^2 \left[ 1 - \left( \frac{T}{T_c} \right)^2 \right] \quad (4-3)$$

Por otra parte, la modulación de las capas descritas por la secuencia de Fibonacci, se relacionarán directamente a cada matriz de transferencia, donde  $S_0 = M_2 = Y$  correspondiente al material superconductor  $YBa_2Cu_3O_{7-x}$ , y  $S_1 = M_1 = B$  al dieléctrico  $BaTiO_3$ . Así, corriendo la modulación de las capas en la sucesión  $S_2, S_3, \dots, S_N$  tenemos que la matriz de transferencia viene dada por la sucesión de Fibonacci como:

$$M_T = D_0^{-1} S_N D_0 \quad (4-4)$$

Con  $D_0$  correspondiente a la matriz dinámica del aire y  $S_N$  a la matriz de transferencia que caracteriza todo el cristal según el orden de la sucesión; véase la construcción de la matriz de transferencia para una secuencia  $S_2$  y modo de TE de la siguiente forma:

$$S_2 = BY$$

Donde  $B$  y  $Y$  son las matrices de transferencia de cada material

$$B = D_B P_B D_B^{-1}$$

$$Y = D_Y P_Y D_Y^{-1}$$

$D_B$  y  $D_Y$  corresponden a las matrices dinámicas de los materiales  $BaTiO_3$  y  $YBa_2Cu_3O_{7-x}$  respectivamente, determinadas en el capítulo 3, donde  $D_B = D_1$  y  $D_Y = D_2$ .

$$D_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \sqrt{\epsilon_1} \cos \theta_1 & -\sqrt{\epsilon_1} \cos \theta_1 \end{bmatrix}$$



$$D_1^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2\sqrt{\epsilon_1} \cos \theta_1} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2\sqrt{\epsilon_1} \cos \theta_1} \end{bmatrix}$$

$$D_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \sqrt{\epsilon_2} \cos \theta_2 & -\sqrt{\epsilon_2} \cos \theta_2 \end{bmatrix}$$

$$D_2^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2\sqrt{\epsilon_2} \cos \theta_2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2\sqrt{\epsilon_2} \cos \theta_2} \end{bmatrix}$$

Con  $P_B$  y  $P_Y$  son las matrices de propagación  $P_B = P_1$  y  $P_Y = P_2$  de cada medio vistas en el capítulo anterior.

$$P_1 = \begin{bmatrix} e^{-i\phi_1} & 0 \\ 0 & e^{i\phi_1} \end{bmatrix}$$

$$P_2 = \begin{bmatrix} e^{-i\phi_2} & 0 \\ 0 & e^{i\phi_2} \end{bmatrix}$$

Ahora reemplazando las respectivas matrices dinámicas y de propagación en la Ec.4-4, tenemos:

$$M_T = D_0^{-1} D_1 P_1 D_1^{-1} D_2 P_2 D_2^{-1} D_0$$

$$M_T = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2\sqrt{\epsilon_0} \cos \theta_0} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2\sqrt{\epsilon_0} \cos \theta_0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \sqrt{\epsilon_1} \cos \theta_1 & -\sqrt{\epsilon_1} \cos \theta_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-i\phi_1} & 0 \\ 0 & e^{i\phi_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2\sqrt{\epsilon_1} \cos \theta_1} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2\sqrt{\epsilon_1} \cos \theta_1} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \sqrt{\epsilon_2} \cos \theta_2 & -\sqrt{\epsilon_2} \cos \theta_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-i\phi_2} & 0 \\ 0 & e^{i\phi_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2\sqrt{\epsilon_2} \cos \theta_2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2\sqrt{\epsilon_2} \cos \theta_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \sqrt{\epsilon_0} \cos \theta_0 & -\sqrt{\epsilon_0} \cos \theta_0 \end{bmatrix}$$

Finalmente, para la construcción del espectro de transmitancia se determina con la Ec. (4-5) para un rango de longitud de onda  $\lambda$  de  $300\eta m$  a  $800\eta m$ , rango que se encuentra en el espectro de luz visible. Por otra parte, la construcción de la matriz de transferencia para modo TM se desarrolla de igual manera que para TE.

$$T = \frac{1}{|M_T|^2} \quad (4-5)$$

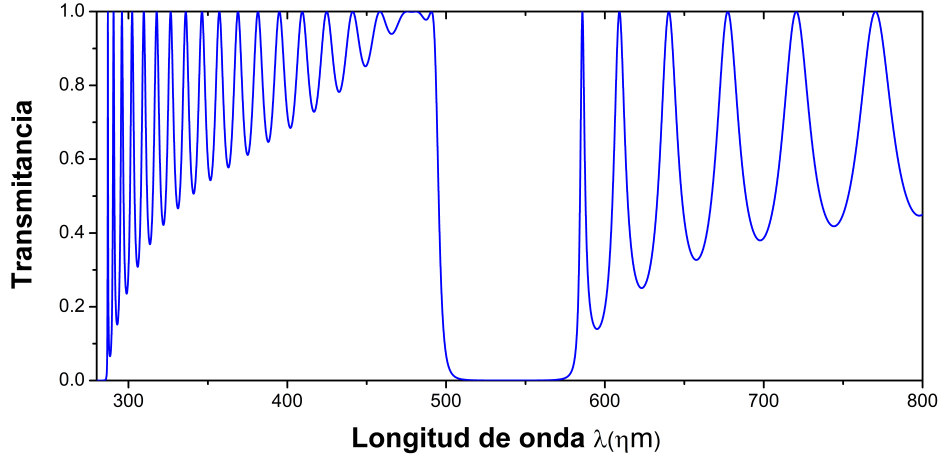
## 5. Resultados y Discusión

Determinando las matrices de transferencia para modos de polarización TE y TM, se calculó el valor de la transmitancia y con éste su respectivo espectro de transmitancia. Para ello, se considera que el campo incidente se propaga desde el aire antes de incidir sobre el cristal; así pues, la organización y la cantidad de capas que componen el cristal, estarán establecidas por la sucesión **(3-29)** y el número de Fibonacci **(3-26)**. Ahora bien, el CF depende del índice de refracción, que a su vez es directamente proporcional a las constantes dieléctricas de cada medio, de manera que  $BaTiO_3$  presenta un valor constante  $\epsilon_1 = 5.8$  [12] y para el  $YBa_2Cu_3O_{7-x}$  dependerá de la expresión  $\epsilon_2$ , determinada en la sección anterior. Los valores iniciales se encuentran establecidos en la tabla **(4-1)**.

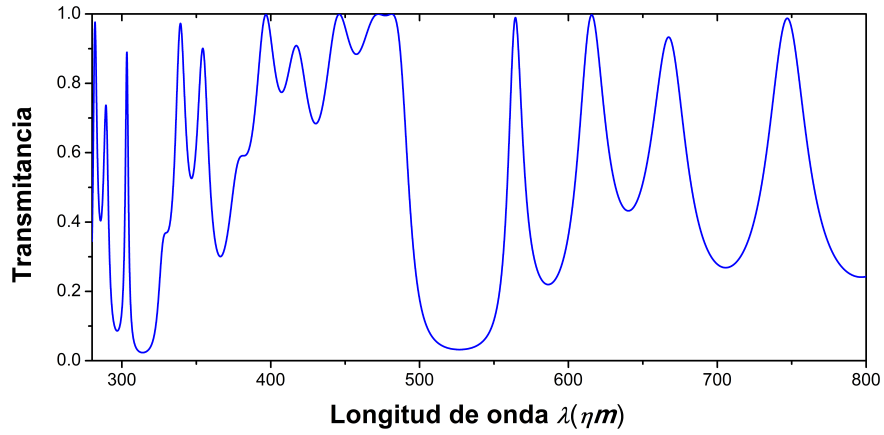
**Tabla 5-1:** Parámetros utilizados para la determinación de la transmitancia en un CF-1D de Fibonacci [12].

	Símbolo	Valor Inicial
Constante dieléctrica del aire	$\epsilon_0$	1
Constante dieléctrica del ( $BaTiO_3$ )	$\epsilon_1$	5.8
Temperatura crítica	$T_c$	92K
Temperatura de operación	$T$	80K
Longitud de onda inicial	$\lambda_0$	200 $\eta m$

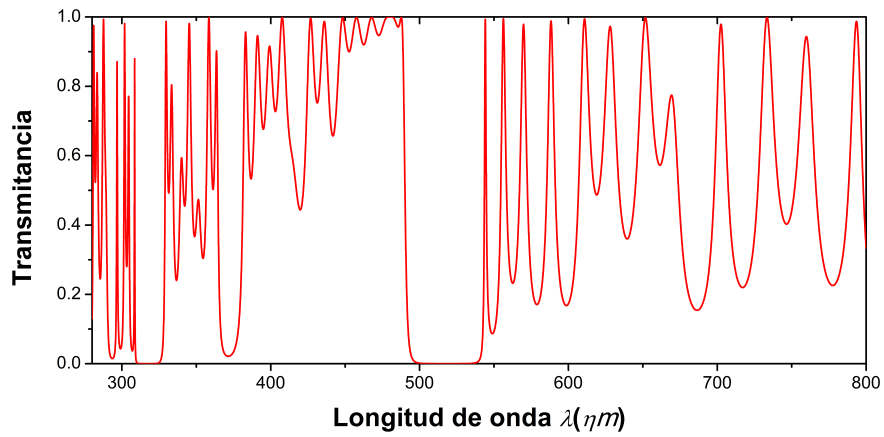
La ecuación (3-29) o expresión de Fibonacci, impone el orden que será modulada las capas del CF, donde la primera Cuasizona de Brillouin se presentará en el material  $BaTiO_3$ , con un tamaño de red  $dB = 100\eta m$ , y para el material  $YBa_2Cu_3O_{7-x}$  un espesor  $dY = 20\eta m$ . Variando la secuencia para un orden de  $S7$ ,  $S9$ ,  $S12$ , donde el número total de capas del cristal son 21, 55 y 233 respectivamente, representadas en las Figuras (4-2a,2b,2c), se puede comparar con el CF periódico trabajado por González [12] representado en la figura (4-1). La zona prohibida del CF periódico se presenta entre los  $500\eta m$  y  $580\eta m$ , conocido gap primario; observando que después de este gap se presenta resonancia en el campo electromagnético. Mientras que en el Cuasicristal el gap primario se encuentra en un rango entre los  $490\eta m$  y  $550\eta m$ . Además, a medida que aumenta la secuencia, también aumentan el numero de capas que provocan la aparición de nuevas brechas de banda fotónica prohibidas que restringen la transmisión de fotones por el CF, conocido como espectro fractal en cristales CF-1D cuasiperiódico.



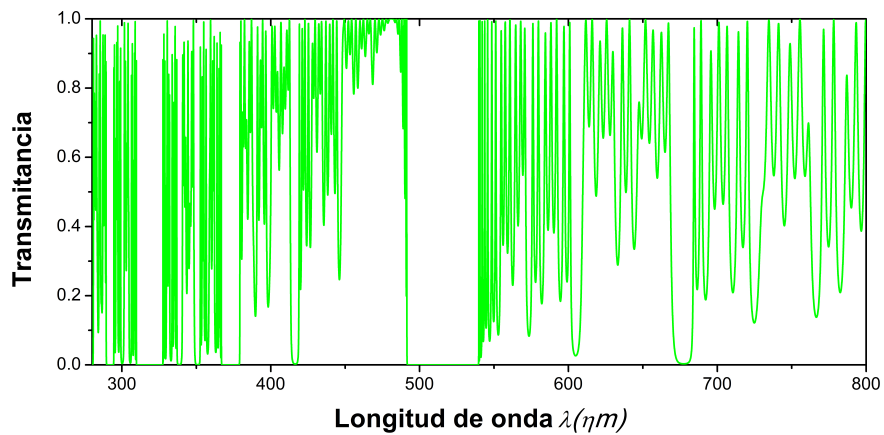
**Figura 5-1:** Espectro de transmitancia para un CF-1D periódico con temperaturas de operación y crítica  $T = 80K, T_c = 92K$  respectivamente, espesores  $dB = 100\eta m$ ,  $dY = 20\eta m$ .



(a)



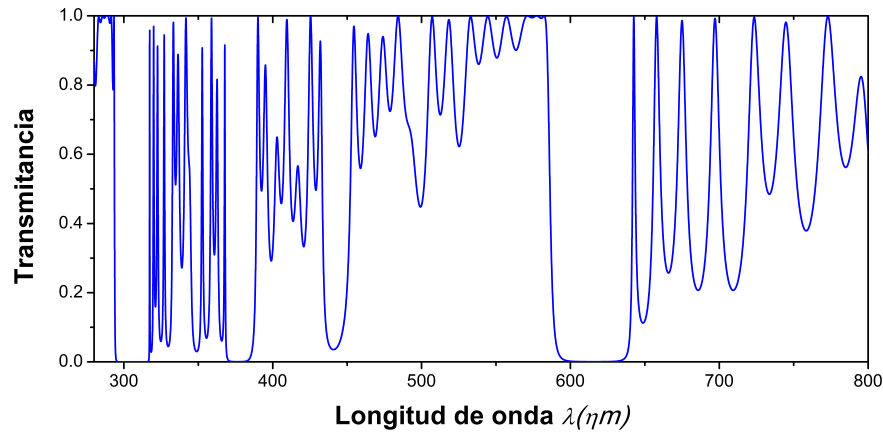
(b)



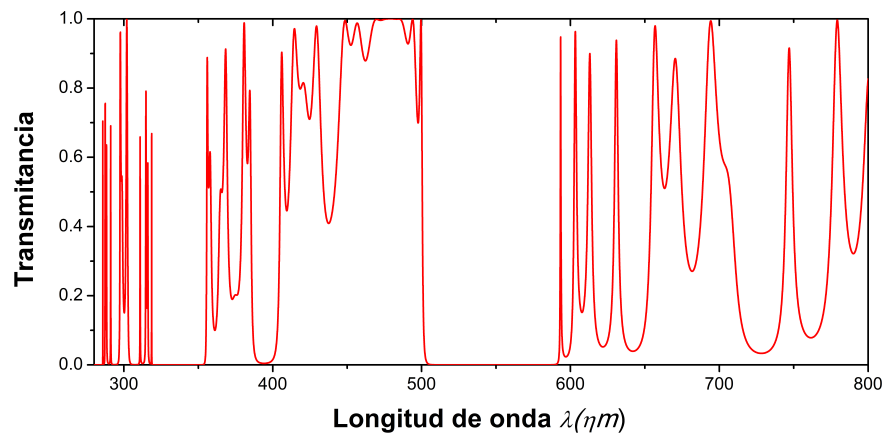
(c)

**Figura 5-2:** Espectro de transmitancia para un CF-1D cuasiperiódico con temperaturas de operación y crítica  $T = 80K$ ,  $T_c = 92K$  respectivamente, espesores  $dB = 100\eta m$ ,  $dY = 20\eta m$  para un orden: a)  $S7$ , b)  $S9$ , c)  $S12$ .

Para un CF-1D cuasiperiódico con orden o secuencia S9, cuyo espesor de las capas varían, de tal forma que el espectro fractal de transmitancia presenta un cambio en su sintonización representado en la figura (4-3a). Inicialmente se cambia el espesor de la película dieléctrica  $BaTiO_3$  desde  $dB = 100\eta m$  a  $dB = 120\eta m$ , se observa que la brecha de banda fotónica primaria prohibida se desplaza entre  $590\eta m$  y  $640\eta m$ , conservando el ancho del gap. Sin embargo, cuando se varia el parámetro de red de la película superconductora  $YBa_2Cu_3O_{7-x}$  desde  $dY = 20\eta m$  a  $dY = 40\eta m$ , aumenta el ancho de las bandas fotónicas prohibidas de todo el espectro de transmitancia figura (4-3b), restringiendo la propagación de fotones por el CF-1D en mayores longitudes de onda.



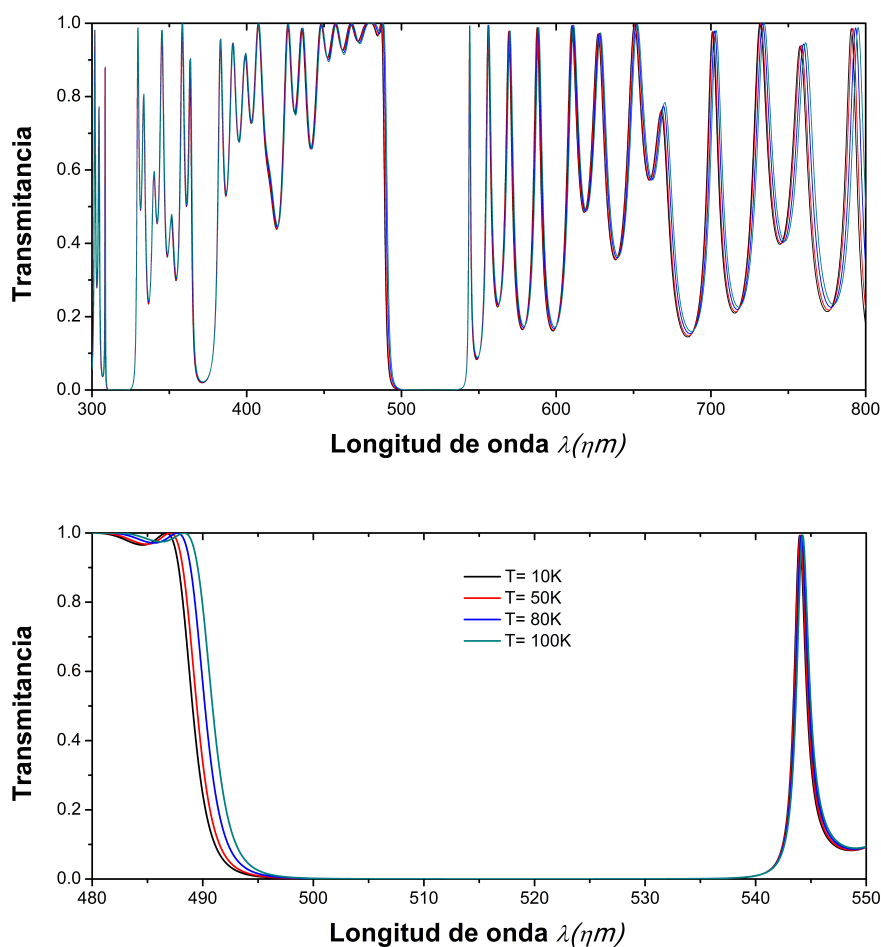
(a)



(b)

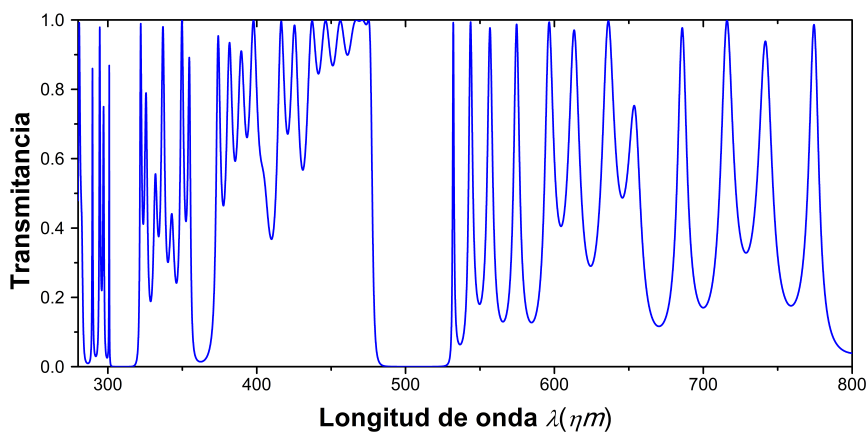
**Figura 5-3:** Espectro de transmitancia para un CF-1D cuasiperiódico variando los parámetros de red de cada material y conservando las temperaturas de operación, crítica  $T = 80K$ ,  $T_c = 92K$  respectivamente. a)  $dB = 120\eta m$ , b)  $dY = 40\eta m$  para un orden o secuencia S9:

La figura (4-4) muestra una reducción mínima en la banda fotónica primaria, esto se debe a que la temperatura de operación de la película superconductora  $YBa_2Cu_3O_{7-x}$  se ha variado en 4 instantes, el primero con  $T = 10K$ , el segundo  $T = 50K$ , el tercero que es el parámetro inicial  $T = 80K$  y por último,  $T = 100K$ . Sin embargo, para poder ver el cambio del gap primario fue necesario realizar un barrido en el espectro, con un rango entre  $480\eta m$  y  $550\eta m$ , donde se observó que la brecha de banda prohibida presenta una disminución en el ancho a medida que aumenta la temperatura de operación. Esto se debe a que el material superconductor presenta dependencias de las temperaturas.

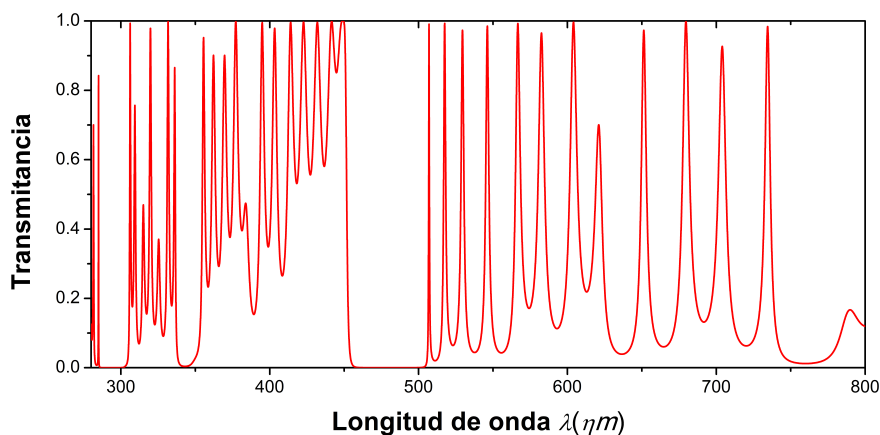


**Figura 5-4:** Espectro de transmitancia para un CF-1D cuasiperiódico con variación en la temperatura de operación  $T = 10K$  (línea negra),  $T = 50K$  (línea roja),  $T = 80K$  (línea azul) y  $T = 100K$  (línea verde). Con un barrido entre  $480\eta m$  y  $550\eta m$  para un orden o secuencia  $S9$  :

Los resultados obtenidos en las figuras anteriores corresponden a cambios en el orden de la secuencia, parámetro de red y temperatura con un ángulo de incidencia normal. Así, las figuras (4-5a), (4-5b) representan un espectro de transmitancia con variación en el ángulo de incidencia de  $30^\circ$  y  $60^\circ$  respectivamente. A medida que aumenta el ángulo de incidencia respecto al plano  $x$ , la banda fotónica primaria prohibida se desplaza hacia la izquierda a menores longitudes de onda conservando el ancho del gap.



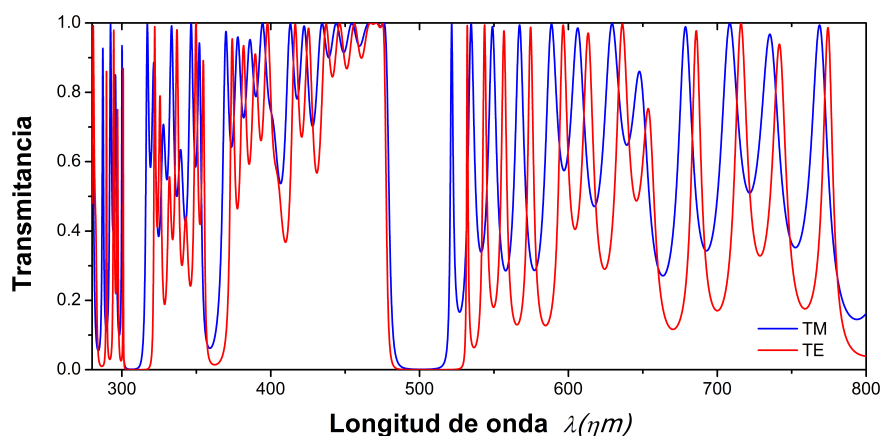
(a)



(b)

**Figura 5-5:** Espectro de transmitancia para un CF-1D cuasiperiódico variando el ángulo de incidencia conservando los espesores iniciales de cada película  $dB = 100\eta m$ ,  $dY = 20\eta m$ , las temperaturas de operación y crítica  $T = 80K$ ,  $T_c = 92K$  respectivamente. a)  $\theta = 30^\circ$ , b)  $\theta = 60^\circ$  para un orden o secuencia S9:

Anteriormente, se ha determinado el espectro de transmitancia variando sus parámetros internos y externos del CF para modo de polarización TE. De igual manera, se determina la transmitancia para modo TM, no obstante, presentan una igualdad en el espectro cuando el ángulo de incidencia es normal, es decir  $\theta = 0^\circ$ , por lo que no se tendrá en cuenta los resultados para los modos TM con ángulo de incidencia normal. Por otra parte, cuando el ángulo de incidencia varía como se muestra en la figura (4-6), el ancho de la brecha de banda prohibida primaria disminuye, provocando que la propagación de la onda electromagnética entre más rápido en resonancia. De tal manera, a mayor inclinación de incidencia respecto al plano  $x$ , será menor el ancho del gap, entrando en resonancia cuando se aproxima a un ángulo de  $\theta = 90^\circ$ .



**Figura 5-6:** Espectro de transmitancia para un CF-1D cuasiperiódico para modo de polarización TE (línea roja) y TM (línea azul) con ángulo de incidencia  $\theta = 30^\circ$  para un orden o secuencia S9:



# 6. Conclusiones y Recomendaciones

## 6.1. Conclusiones

Por medio del método de matriz de transferencia y la serie de Fibonacci, se estudia la dependencia de los factores constituyentes del cristal, como la temperatura, el ángulo de incidencia en el espectro de transmitancia para los modos de polarización TE y TM en un CF-1D, formado por capas alternas de un dieléctrico  $BaTiO_3$  y un superconductor  $YBa_2Cu_3O_{7-x}$ .

El CF-1D cuasiperiódico se caracteriza por su peculiar modulación en las capas determinadas por la secuencia de Fibonacci, formando una estructura cuasiperiódica perfectamente ordenada y asimétrica. En consecuencia, al aumentar la secuencia de Fibonacci aparecen nuevos espacios de banda fotónica y un nuevo número de espacios prohibidos.

Por otra parte, al variar los espesores constituyentes del cristal, se notó que se desplazaban y aumentaban en longitud de onda los espacios de banda prohibida, generando nuevos rangos de transmisión. Igualmente, cuando se varía el ángulo de incidencia se observa que el desplazamiento del espacio de banda prohibida se corre a longitudes de ondas más cortas, esto para ángulos menores de  $70^\circ$ , puesto que para ángulos más grandes el espectro de transmitancia entra en resonancia.

Finalmente, se compara los resultados obtenidos para modo de polarización TE y TM, encontrando que para un ángulo de incidencia normal o  $0^\circ$ , el espectro de transmitancia es el mismo. Sin embargo, a medida que aumenta el ángulo de incidencia, se observa que el espectro muestra espacios de banda fotónica permitidos más amplios y espacios de bandas prohibidas más pequeñas.

## 6.2. Recomendaciones

Se recomienda extender el cálculo de la estructura fotónica cuasiperiódica a una estructura bidimensional y tridimensional, puesto que la mayor parte de las aplicaciones ópticas se encuentran en sistemas multidireccionales. También, se recomienda cambiar la modulación determinista de Fibonacci por otra modulación como la de Sección Dorada o la Cantor, ya que presentan una variedad de aplicaciones en dispositivos ópticos como filtros con frecuencias específicas.

# A. Ecuaciones de London

Partiendo del modelo de dos fluidos:

$$n = n_s + n_n \quad (\text{A-1})$$

Donde  $n$  es el número medio de electrones por unidad de volumen,  $n_s$  es la densidad de un superfluido y  $n_n$  es la densidad de un fluido usual con velocidades  $\vec{v}_s$  y  $\vec{v}_n$  respectivamente. Considerando la expresión de densidad de corriente  $\vec{J}$  para medios conductores:

$$\vec{J} = -en\vec{v} \quad (\text{A-2})$$

Teniendo en cuenta la ecuación newtoniana para partículas cargadas  $-e$  y densidad  $n_s$ :

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = -e\vec{E} \quad (\text{A-3})$$

Derivando la ecuación A-2 a ambos lados respecto al tiempo:

$$\frac{d\vec{J}}{dt} = -en \frac{d\vec{v}}{dt} \quad (\text{A-4})$$

Reemplazamos A-3 en A-4, simplificamos y cambiando la derivada total  $d$  a parcial  $\partial$ , puesto que  $\vec{J}$  depende del volumen del material. De manera que la primera ecuación de London es una expresión newtoniana de la forma:

$$\boxed{\frac{\partial \vec{J}_s}{\partial t} = \frac{n_s e^2}{m} \vec{E}} \quad (\text{A-5})$$

Ahora bien, La segunda ecuación de London parte de la ecuación A-5, de manera que aplicando el rotor  $\vec{\nabla} \times$  a ambos lados tenemos:

$$\vec{\nabla} \times \frac{\partial \vec{J}_s}{\partial t} = \vec{\nabla} \times \left( \frac{n_s e^2}{m} \vec{E} \right) \quad (\text{A-6})$$

Sacando términos constantes del rotor, tenemos:

$$\vec{\nabla} \times \frac{\partial \vec{J}_s}{\partial t} = \frac{n_s e^2}{m} \vec{\nabla} \times \vec{E} \quad (\text{A-7})$$

Teniendo en cuenta la ley de Faraday  $\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$  la expresión A-7 queda:

$$\vec{\nabla} \times \frac{\partial \vec{J}_s}{\partial t} = -\frac{n_s e^2}{m} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{A-8})$$

Simplificando A-8, la segunda ecuación de London queda definida como:

$$\boxed{\vec{\nabla} \times \vec{J}_s = -\frac{n_s e^2}{m} \vec{B}} \quad (\text{A-9})$$

## B. Participaciones y Eventos



XXVIII  
CONGRESO NACIONAL DE  
**FÍSICA**

La Física Embebida en la Tabla Periódica

CERTIFICA QUE

**Johan R. Villanueva M., F. Segovia-Chaves**

participaron en la modalidad mural con el trabajo “**Cálculo de la transmitancia en un cristal fotónico unidimensional cuasiperiódico superconductor-dieléctrico**” en el XXVIII Congreso Nacional de Física llevado a cabo en el Centro de Convenciones de la ciudad de Armenia, durante los días comprendidos entre el 9 y el 12 de septiembre de 2019.



HERNANDO ARIZA CALDERÓN  
Director XXVIII  
Congreso Nacional de Física



SOCIEDAD COLOMBIANA DE FÍSICA

UNIVERSIDAD DEL QUINDÍO

UNIVERSIDAD DEL QUINDÍO  
ACREDITADA DE ALTA CALIDAD

ACADEMIA COLOMBIANA DE CIENCIAS EXACTAS, FÍSICAS Y NATURALES

QUINDÍO SÍ PARATI

# Bibliografía

- [1] Maxwell, J. C. (1873). A treatise on electricity and magnetism. Oxford: *Clarendon Press*, Vol. 1.
- [2] Suarez, R. E. C. (2013). Estudio de Cristales Fotónicos Dieléctricos 1D a través de MMT. *Bogota, Colombia: Universidad Nacional de Colombia*.
- [3] Vázquez, M. C. V. M. C. (2014). Diseño y caracterización óptica de un material fotónico fabricado mediante haz enfocado de iones. *Chihuahua: centro de investigación en materiales avanzados*.
- [4] Rayleigh, L. (1887). On the maintenance of vibrations by forces of double frequency, and on the propagation of waves through a medium endowed with a periodic structure. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, vol. 24, n° 147, pp. 145-159.
- [5] Yablonovich, E. (1987). Inhibited Spontaneous Emission in Solid-State Physics and Electronics. *Physical Review Letters*, vol. 58, n° 20, pp. 2059-2062.
- [6] John, S. (1987). Strong Localization of Photons in Certain Disordered Dielectric Superlattices. *Physical Review Letters*, vol. 58, n° 23, pp. 2486-2489.
- [7] Wang, Y., Jian, S., Han, S., Feng, S., Feng, Z., Cheng, B., Zhang, D. (2005). Photonic band-gap engineering of quasiperiodic photonic crystals. *Journal of Applied Physics*.
- [8] Lic. Corona Garcia, C. A. (2017). Localización de la luz en cristales fotónicos unidimensionales modulados aperiódicamente. *Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, Instituto de Física "Luis Rivera Terrazas"*.
- [9] Hernández García, D. (2008). Estudio de cristales y cuasi-cristales fotónicos basados en silicio macroporoso. *Universidad Politécnica de Cataluña (UPC)*.
- [10] Qihuang Gong, Xiaoyong Hu, (2013). Photonic Crystals Principles and Applications. *Pan Stanford Publishing*.

- 
- [11] Acuña, R., Gómez, J., Aristizabal, V., & Torres, P. (2008). Tecnología a fibra óptica: Universidad Nacional de Colombia sede Medellin, ün referente latinoamericano”. *Dyna*, 75(156), 231-239.
- [12] González, L. E., Ordoñez, J. E., Zambrano, G., & Porras-Montenegro, N. (2018).  $YBa_2Cu_3O_{7-x}/BaTiO_3$  1D Superconducting Photonic Crystal with Tunable Broadband Response in the Visible Range. *J Superconductivity and Novel Magnetism*, vol. 31, n° 7, pp. 2003-2009.
- [13] Segovia-Chaves, F., & Vinck-Posada, H. (2019). Transmittance spectrum of a superconductor-semiconductor quasiperiodic one-dimensional photonic crystal. *Física C: Superconductividad y sus aplicaciones*, vol. 563, pp. 10-15.
- [14] Padilla Salas, L. A., Arzate Plata, N. (2014). Cristales Fotónicos. *Artículos de divulgación, Explorando en la Óptica, Academia Mexicana de Óptica, A.C.*, pp. 1-15.
- [15] Garcia Castañeda, M., Ewert De-Geus, J. (2008). Introducción a la física moderna. *Universidad Nacional de Colombia*, Vol 3, Cap 12.
- [16] Lifshitz, R. (2007). What is a crystal?. *Zeitschrift für Kristallographie-Crystalline Materials*, Vol. 222, n 6, pp. 313-317.
- [17] Shechtman, D., Blech, I., Gratias, D., & Cahn, J. W. (1984). Metallic phase with long-range orientational order and no translational symmetry. *Physical review letters*, 53(20), 1951.
- [18] Joannopoulos, J. D., Johnson, S. G., Winn, J. N., & Meade, R. D. (2011). Photonic crystals: molding the flow of light. *Princeton university press*.
- [19] Hueso González, F. (2011). Ordenamiento aperiódico en cuasicristales. *UVEG Física del estado sólido*.
- [20] Yablonovitch, E. (2001). Photonic crystals: semiconductors of light. *Scientific American*, 285(6), 46-55.
- [21] Ibach, H., & Lüth, H. (2009). Solid-state physics: an introduction to principles of materials science. *Springer Science & Business Media*.
- [22] Asmat, H. (2002). Introducción a la Física del Estado Sólido. *Editorial TecniGraf*.
- [23] McKelvey, J. P. (1966). Solid state and semiconductor physics. *The Pennsylvania State University*.

- 
- [24] Kittel, C., McEuen, P., & McEuen, P. (1996). Introduction to solid state physics (Vol. 8, pp. 105-130). New York: Wiley.
- [25] Ashcroft, N. W., & Mermin, N. D. (1976). Solid state physics [by] Neil W. Ashcroft [and] N. David Mermin.
- [26] Pávlov, P. V., & Jojlov, A. F. (1985). Física del estado sólido Ed. *Mir Moscú*.
- [27] Garritz, A. (2012). Cuasicristales y arte islámico. Educación química, 23(1), 2-5. Recuperado en 25 de junio de 2020, de <http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sciarttext&pid=S0187-893X2012000100001&lng=es&tlng=es>.
- [28] Planes, R. L., Córdoba, J., & González, V. (2009). Cuasi zonas de brillouin en Al-Pd-Mn. *Memorias de la ULA*, (2).
- [29] Archuleta-García, R., Manzanares-Martínez, M. B., & Manzanares-Martínez, J. (2007). Una descripción del método de ondas planas para el cálculo de bandas fotónicas. *Revista Boliviana de Física*, 13(13), 79-87.
- [30] Vasco, J. P., & Vinck-Posada, H. (2010). Método de Diferencias Finitas en el Dominio de Us Frecuencias Para Cristales Fotónicos 1D y 2D. *Revista Tecno Lógicas*, (24).
- [31] D'Ambrosio, C., Inchaussandague, M., Skigin, D., Barreira, A., & Tubaro, P. (2017). Structural colour in *Tersina viridis*. *Opt. Pura Apl*, 50, 279-288.
- [32] Howe, B. A. (2014). Crystal structure and superconductivity of  $YBa_2Cu_3O_{7-x}$ . *Minnesota State University, Mankato*.
- [33] CERN. (2020). CERN Accelerating science. Superconductivity. <https://home.cern/science/engineering/superconductivity>.
- [34] Animalu, A. O. (1978). Intermediate quantum theory of crystalline solids. *Prentice Hall*.
- [35] The Open University. (2020). Superconductivity. <https://www.open.edu/openlearn/ocw/mod/oucontent/view.php?id=2685&printable=1>.
- [36] Levy, R. A. (1968). Principles of solid state physics. *Academic Press, Iwew York and London*
- [37] Peña, J. R. Teoría fenomenológica y microscópica de la superconductividad.
- [38] Encyclopedia Britannica, inc. (May 30, 2017). BCS theory. Encyclopedia Britannica. <https://www.britannica.com/science/BCS-theory>



- 
- [39] Spring, (2014). Superconductors. By Dallon Knight. Physics 212. *http : //ffden – 2.phys.uaf.edu/webproj/212spring2014/DallonKnight/web/types%20of%20superconductors.html*
- [40] Selected by Scince Educators, (2008). Superconductors. Type 1 Superconductors And a Periodic Chart Comparison. *http://www.superconductors.org/type1.htm*
- [41] Encyclopedia Britannica, inc. (February 13, 2018). Meissner effect. Encyclopedia Britannica. *https://www.britannica.com/science/Meissner-effect*
- [42] Martínez Ricci, M. L.(2009).Respuesta electromagnética de cristales fotónicos 1D con metamateriales. *Universidad de Buenos Aires, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Departamento de Física.*
- [43] Cabrera, J. M., Agulló López, F.,& López, F. J. (2000). Optica electromagnetica Vol.II: Materiales y aplicaciones. Madrid: Addison-Wesley/ Universidad Autónoma de Madrid.
- [44] Cabrera, J. M., Agulló López, F.,& López, F. J. (1998). Optica electromagnetica Vol.I: Fundamentos. Madrid: Addison-Wesley/ Universidad Autónoma de Madrid.
- [45] Vargas Contreras, M. Aplicaciones de la Sucesión de Fibonacci y la razón Áurea. *Revista del Instituto de Matemática y Física.* 24-36.
- [46] Viggiani Rocha, M. I. La sucesión de Fibonacci. *Universidad Nacional de Tucumán.*29-38.