Neiva, 4 de noviembre de 2022

Señores

CENTRO DE INFORMACIÓN Y DOCUMENTACIÓN

UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA

NEIVA

El suscrito:

Diego Minu Vargas, con C.C. No. 1.080.297.081 de Palermo, autor de la tesis y/o trabajo de grado titulado ESTUDIO COMPARTATIVO ENTRE LA TEORÍA ESPECIAL DE LA RELATIVIDAD ESTÁNDAR Y LA BASADA EN UN MARCO DE REFERENCIA PREFERENCIAL, presentado y aprobado en el año 2022 como requisito para optar al título de Físico;

Autorizo al CENTRO DE INFORMACIÓN Y DOCUMENTACIÓN de la Universidad Surcolombiana para que, con sólo fines académicos, muestre al país y el exterior la producción intelectual de la Universidad Surcolombiana, a través de la visibilidad de su contenido de la siguiente manera:

- Los usuarios puedan consultar el contenido de este trabajo de grado en los sitios web que administra la Universidad, en bases de datos, repositorio digital, catálogos y en otros sitios web, redes y sistemas de información nacionales e internacionales "open access" y en las redes de información con las cuales tenga convenio la Institución.

- Permita la consulta, la reproducción y préstamo a los usuarios interesados en el contenido de este trabajo, para todos los usos que tengan finalidad académica, ya sea en formato Cd-Rom o digital desde internet, intranet, etc., y en general para cualquier formato conocido o por conocer, dentro de los términos establecidos en la Ley 23 de 1982, Ley 44 de 1993, Decisión Andina 351 de 1993, Decreto 460 de 1995 y demás normas generales sobre la materia.

- Continúo conservando los correspondientes derechos sin modificación o restricción alguna; puesto que, de acuerdo con la legislación colombiana aplicable, el presente es un acuerdo jurídico que en ningún caso conlleva la enajenación del derecho de autor y sus conexos.

De conformidad con lo establecido en el artículo 30 de la Ley 23 de 1982 y el artículo 11 de la Decisión Andina 351 de 1993, "Los derechos morales sobre el trabajo son propiedad de los autores", los cuales son irrenunciables, imprescriptibles, inembargables e inalienables.

Diego Minu Vargas

Firma: Diego Minu

TÍTULO COMPLETO DEL TRABAJO: ESTUDIO COMPARTATIVO ENTRE LA TEORÍA ESPECIAL DE LA RELATIVIDAD ESTÁNDAR Y LA BASADA EN UN MARCO DE REFERENCIA PREFERENCIAL.
AUTOR O AUTORES: Diego Minu Vargas

Primero y Segundo Apellido	**Primero y Segundo Nombre**
MINU VARGAS	DIEGO

DIRECTOR Y CODIRECTOR TESIS:

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre
GONZÁLEZ SIERRA	HERNANDO

ASESOR (ES):

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre
GONZÁLEZ SIERRA	HERNANDO

PARA OPTAR AL TÍTULO DE: FÍSICO

FACULTAD: **CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES**

PROGRAMA O POSGRADO: PROGRAMA DE FÍSICA

CIUDAD: NEIVA **AÑO DE PRESENTACIÓN:** 2022 **NÚMERO DE PÁGINAS: 78**

TIPO DE ILUSTRACIONES (Marcar con una **X**):

Diagramas___ Fotografías___ Grabaciones en discos___ Ilustraciones en general__x_ Grabados___ Láminas___ Litografías___ Mapas___ Música impresa___ Planos___ Retratos___ Sin ilustraciones___ Tablas o Cuadros__

SOFTWARE requerido y/o especializado para la lectura del documento: ADOBE READER PDF O LECTOR DE PDF

MATERIAL ANEXO: N/A

PREMIO O DISTINCIÓN *(En caso de ser LAUREADAS o Meritoria)*: N/A

PALABRAS CLAVES EN ESPAÑOL E INGLÉS:

	Español	Inglés		Español	Inglés
1.	CMB	CMB	6.	Marco preferencial	Preferential framework
2.	Relatividad especial	Special relativity	7.	Lorentz	Lorentz
3.	Velocidad de la luz	Speed of light	8.	Anisotropía	Anisotropy
4.	TER Estándar	Standard SRT	9.	Simetría de Lorentz	Lorentz symmetry
5.	TER no estándar	Non-standard SRT	10.	Minkowski	Minkowski

RESUMEN DEL CONTENIDO: (Máximo 250 palabras)

Algunos autores han planteado la posible existencia de un marco de referencia preferencial asociado al Fondo cósmico de microondas (CMB) y se ha elaborado una forma alterna de la Teoría Especial de la Relatividad denominada “Teoría de la Relatividad Especial no estándar". En este trabajo de grado se hace un estudio comparativo de los fundamentos teóricos y experimentales de estas dos formas de abordar la electrodinámica de los cuerpos en movimiento, apelativo acuñado en el estudio pionero de Einstein de 1905, el estudio muestra las dificultades que se presentan al tratar de conciliar estas dos teorías en un solo contexto o al tratar de establecer la Teoría de la Relatividad no estándar como la correcta.

En este trabajo se hace un estudio comparativo entre la TER estándar y la TER no estándar mediante la recopilación y análisis de ambas teorías para encontrar argumentos que permitan inferir que la TER es consistente con la existencia del marco de referencia de la CMB, y así encontrar argumentos de tipo teórico y experimental, que determinan las relaciones entre las dos teorías. También concluir que ambas teorías son consistentes entre sí y que la simetría de Lorentz se preserva incorporando a la TER estándar el marco de referencia del CMB como un marco de referencia equivalente y no preferencial.

ABSTRACT: (Máximo 250 palabras)

Some authors have raised the possible existence of a preferential reference frame associated with the Cosmic Microwave Background (CMB) and an alternate form of the Special Theory of Relativity called "Non-standard Special Theory of Relativity" has been developed. In this work degree, a comparative study is made of the theoretical and experimental foundations of these two ways of approaching the electrodynamics of moving bodies, a name coined in Einstein's pioneering study of 1905, the study shows the difficulties that arise when trying to reconcile these two theories in a single context or in trying to establish the non-standard Theory of Relativity as the correct one.

In this work, a comparative study is made between the standard SRT and the non-standard SRT through the compilation and analysis of both theories to find arguments that allow us to infer that the SRT is consistent with the existence of the CMB reference framework, and thus find theoretical and experimental arguments, which determine the relationships between the two theories. Also conclude that both theories are consistent with each other and that Lorentz symmetry is preserved by incorporating the CMB reference frame into the standard SRT as an equivalent and non-preferential reference frame.

APROBACION DE LA TESIS

ANEXO: ACTA DE SUSTENTACION TESIS DE GRADO FORMATO pag 4.

UNIVERSIDAD
SURCOLOMBIANA
NIT: 891180084-2

ACREDITADA DE
ALTA CALIDAD
Resolución 11233 / 2018 - MEN

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

PROGRAMA DE FÍSICA.

ACTA DE SUSTENTACIÓN TESIS DE GRADO

Ante el jurado evaluador, y el Jefe de Programa de Física, con participación de estudiantes, docentes e invitados, se hizo presente en el laboratorio No 402 el día veinticuatro (24) del mes de octubre de 2022, a las 2:00 p.m., el estudiante **DIEGO MINU VARGAS**, identificado con la cédula de ciudadanía No **1080297081** y código estudiantil: **20142131203**, con el propósito de presentar y sustentar el trabajo de grado: "**ESTUDIO COMPARATIVO ENTRE LA TEORIA ESPECIAL DE LA RELATIVIDAD EST ANDAR Y LA BASADA EN UN MARCO DE REFERENCIA PREFERENCIAL**", bajo la dirección del docente **HERNANDO GONZALEZ SIERRA** . Actuando como jurados, los docentes **ALVARO ENRIQUE AVENDAÑO RODRIGUEZ** y **EMIRO SEGUNDO ARRIENTA JIMÉNEZ**, adscritos a la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad Surcolombiana.

El estudiante presentó una ilustración ante el Comité evaluador y asistentes, sobre la actividad realizada en este proyecto de grado y, entre otros, sobre los siguientes aspectos: Introducción, Planteamiento del Problema, Pregunta de Investigación, Área de Estudio, Objetivo General, Marco Teórico, Metodología, Resultados y Conclusiones.

Los jurados y asistentes realizaron algunas preguntas al tesista, las cuales respondió satisfactoriamente y el jurado otorgó al trabajo de grado la calificación de **Aprobado.**

Docente **ALVARO ENRIQUE AVENDAÑO RODRIGUEZ**
Jurado

Emiro Arrieta J

Docente **EMIRO SEGUNDO ARRIENTA JIMÉNEZ**
Jurado

Docente **GONZALO EDGARDO PEDRAZA G.**
Jefe de Programa de Física

Vigilada Mineducación

ESTUDIO COMPARATIVO ENTRE LA TEORÍA ESPECIAL DE LA RELATIVIDAD ESTÁNDAR Y LA BASADA EN UN MARCO DE REFERENCIA PREFERENCIAL

Diego Minu Vargas

Universidad Surcolombiana
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Programa de Física
Neiva, Colombia
2022

ESTUDIO COMPARATIVO ENTRE LA TEORÍA ESPECIAL DE LA RELATIVIDAD ESTÁNDAR Y LA BASADA EN UN MARCO DE REFERENCIA PREFERENCIAL

Diego Minu vargas

Firma:

Diego Minu

____

Trabajo de grado presentado como requisito parcial para optar al título de:

Físico

Director:

Ph.D. Hernando González Sierra

Firma:

Hernando González

____

Línea de Investigación:

Física Moderna

Grupo de Investigación:

Física Teórica

Universidad Surcolombiana

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Programa de Física

Neiva, Colombia

2022

Dedicatoria

A mi familia que me apoya incondicionalmente.

Agradecimientos

Gracias a todos los que me han apoyado a lo largo de mi carrera y de alguna forma contribuyeron a realizar este trabajo de grado. A mis padres por ofrecerme su apoyo y a mi director Hernando González Sierra, por compartirme su conocimiento y colaboración en este proyecto. También a todos los profesores que me enseñaron a lo largo de esta carrera.

Resumen

Algunos autores han planteado la posible existencia de un marco de referencia preferencial asociado al Fondo cósmico de microondas (CMB) y se ha elaborado una forma alterna de la Teoría Especial de la Relatividad denominada “Teoría de la Relatividad Especial no estándar”. En este trabajo de grado se hace un estudio comparativo de los fundamentos teóricos y experimentales de estas dos formas de abordar la electrodinámica de los cuerpos en movimiento, apelativo acuñado en el estudio pionero de Einstein de 1905, el estudio muestra las dificultades que se presentan al tratar de conciliar estas dos teorías en un solo contexto o al tratar de establecer la Teoría de la Relatividad no estándar como la correcta. El propósito de este trabajo es buscar argumentos que permitan inferir que la TER es consistente con la existencia del marco de referencia de la CMB, de esta manera se logra analizar los argumentos de tipo teórico y experimental, que determinan las relaciones entre las dos teorías.

Palabras clave: Relatividad especial, Fondo cósmico de microondas, marco de referencia de la CMB.

Abstract

Some authors have raised the possible existence of a preferential reference frame associated with the Cosmic Microwave Background (CMB) and an alternate form of the Special Theory of Relativity called “Non-standard Special Relativity Theory”has been developed. degree work, a comparative study is made of the theoretical and experimental foundations of these two ways of approaching the electrodynamics of moving bodies, a name coined in Einstein’s pioneering study of 1905, the study shows the difficulties that arise when trying to reconcile these two theories in a single context or when trying to establish the non-standard Theory of Relativity as the correct one.The purpose of this work is to search for arguments that allow inferring that the SRT is consistent with the existence of the CMB frame of reference , in this way it is possible to analyze the theoretical and experimental arguments, which determine the relationships between the two theories.

Keywords: Special relativity, Cosmic Microwave Background, CMB.

Contenido

Lista de Figuras

1. Introducción

Desde la formulación de la Teoría Especial de la Relatividad, por Albert Einstein en 1905, se dispone de una forma de conocimiento que sustenta la mayoría de la física actual. Aún así, se postula que existe un marco de referencia preferencial asociado al Fondo cósmico de microondas (CMB por sus siglas en ingles), situación que aparentemente entra en conflicto con la Teoría Especial de la Relatividad (TER). La TER es primordial en las formulaciones de la mayoría de las teorías de la Física contemporánea, siendo la invariancia de Lorentz uno de sus pilares.

Se ha sugerido que el CMB puede tomarse como un marco de referencia preferencial cuando se asocia a él un marco de referencia unido a esta forma de radiación. Existen investigadores que expresan que esta suposición cosmológica entra en conflicto con los postulados y consecuencias de la TER [1]. La cual se fundamenta en la constancia de la velocidad de propagación de la luz para todos los observadores inerciales y en la invariancia de las leyes de la Física para estos observadores, con la adición de que es una teoría firmemente establecida que ha soportado la prueba de los experimentos.

El postulado de la TER de que las leyes de la Física son las mismas para todos los marcos de referencia inerciales implica su invariancia bajo las transformaciones de Lorentz [2], lo cual se generaliza expresando que todos los marcos de referencia inerciales son equivalentes y recibe la denominación de invariancia de Lorentz.

El desarrollo de una contraparte de la teoría especial que es consistente con la existencia del marco preferido del CMB, llamada cinemática de la TER anisotrópica en la que se basan los principios de las transformaciones espacio-temporales entre marcos de referencia que dejan invariante la velocidad de propagación de la luz anisotrópica, el uso de transformaciones que tienen estructura de grupo y el principio de correspondencia [3]. Se obtienen implicaciones cosmológicas en donde se aplican las ecuaciones de la relatividad estándar anisotrópica desarrollada anteriormente para describir los efectos causados por un movimiento de observación (movimiento peculiar de nuestra galaxia) con respecto al CMB, dado a que el uso de las ecuaciones de la relatividad estándar está en contradicción con la existencia de un marco preferido.

1.1. Planteamiento del Problema

La perspectiva, acerca de la existencia de un marco de referencia preferencial relacionado al CMB, está en aparente contradicción con los principios de la TER. Algunos autores expresan la contraparte de que la TER es consistente con la existencia de un marco preferencial, pero, igual que la TER estándar, está basada en el principio de la relatividad especial y en la universalidad de propagación de la velocidad de la luz. La visión de estos conceptos aparentemente incompatibles es posible a expensas de la libertad de asignar una unidireccionalidad a la velocidad de la luz en la TER.

En el marco preferencial de la CMB se tiene una anisotropía en la unidireccionalidad de la velocidad de propagación de la luz ocasionada por el movimiento de un marco de referencia inercial relativo al marco preferencial. La cinemática de la TER anisotrópica se basa en los siguientes primeros principios [3]: 1. Transformaciones espacio-temporales entre marcos de referencia que dejan invariante la velocidad de propagación de la luz anisotrópica. 2. El conjunto de transformaciones tiene una estructura de grupo. El aparato matemático de la teoría de grupos de Lie entre marcos inerciales permiten los grupos de transformaciones espacio-temporales. El principio de correspondencia, que hace que las transformaciones de coordenadas se conviertan en las transformaciones Galileanas en el límite de pequeñas velocidades junto con el argumento de que el parámetro de anisotropía k en un marco de referencia inercial particular esté determinado por su velocidad relativa al marco de referencia preferencial, son usados para especificar las transformaciones [5].

El parámetro de anisotropía k se convierte en una variable que participa en las transformaciones, por lo que el marco preferencial surge naturalmente como el marco para el cual k = 0. Las transformaciones entre los marcos inerciales obtenidos como resultado del análisis no dejan el intervalo entre dos eventos invariante, pues están modificados por un factor conformal.

Aplicando las transformaciones al problema de calcular la distribución de temperatura del CMB se obtiene una ecuación en la que la dependencia angular coincide con la obtenida en base a la TER estándar pero la temperatura media es corregida por los términos de segundo orden en la velocidad del observador. Desde el punto de vista conceptual, elimina la inconsistencia del enfoque habitual cuando las fórmulas de la TER estándar se aplican para definir los efectos causados por el movimiento con respecto al marco preferencial. Por último, responder la pregunta de investigación ¿Qué diferencias y semejanzas comparten la TER estándar y su contraparte TER no estándar, basada esta ultima en la existencia empírica del marco de referencia del CMB?

1.2. Objetivos

1.2.1. Objetivo General

Elaborar un estudio exploratorio comparativo entre la TER no estándar, basada en el marco de referencia preferencial del FONDO COSMICO DE MICROONDAS (CMB), y la TER estándar.

1.2.2. Objetivos Específicos

- Analizar las transformaciones espacio-temporales implicadas en la TER no estándar.
- Explicitar las diferencias y semejanzas en la TER estándar y la no estándar.
- Analizar las dificultades de tener un marco de referencia privilegiado.

2. Teoría Especial de la Relatividad estándar

La teoría especial de la relatividad tiene sus orígenes en el trabajo de Albert Einstein a principios del siglo XX. Iniciamos este capítulo considerando dos marcos de referencia que se mueven entre sí. Antes del fracaso de la teoría de la relatividad, las transformaciones utilizadas para describir la relación entre las coordenadas de marcos móviles de referencia fueron denominados las transformaciones de Galileo. Luego de que dichas transformaciones no lograran explicar algunos fenómenos ópticos llevo a Einstein a formular la teoría especial de la relatividad [4].

Desarrollada en 1905, esta se basa en los siguientes postulados [6]

1. Todas las leyes de la física son válidas para todos los sistemas inerciales

   El primer postulado es el principio de relatividad, ya postulado por Galileo Galilei. Siendo este, ampliado por Einstein para llevarlo a toda la física, en especial para el electromagnetismo que se comportaba diferente a la mecánica de Newton. Este principio consiste en que no existe ningún experimento que sea apto para distinguir, si un observador está en reposo o en movimiento rectilíneo uniforme. Dos observadores que se mueven, uno con respecto al otro observan la misma física. Por lo cual, las leyes de la física se deben escribir de manera que no cambien al pasar de un sistema referencial a otro. Esto, en otras palabras, Establece la invariancia de las leyes de la de mecánica ante las transformaciones de Galileo las cuales corresponden al límite de las bajas velocidades de la TER.

2. La velocidad de la luz en el espacio libre tiene el mismo valor c en cualquier marco de referencia inercial.

El Segundo postulado se basa en dos partes, la primera en resultados teóricos y la segunda en resultados experimentales. Puesto que el experimento de Michelson-Morley se basó en medir la velocidad de la tierra con respecto al éter. Mientras que, la teoría de Maxwell afirma la existencia de ondas electromagnéticas(luz) cuya velocidad c es la misma independientemente de los observadores inerciales.

Al asumirse que las leyes de la física son válidas para todos los observadores, se debe aceptar que la velocidad de la luz c es una constante universal.

2.1. Transformaciones de Galileo

Cuando la velocidad relativa entre dos marcos de referencia inerciales es pequeña, comparada con la velocidad de la luz en el espacio libre, la física no relativista explica adecuadamente el comportamiento de las partículas con respecto a estos marcos de referencia. La forma en que dos observadores inerciales comparan los resultados de sus mediciones de espacio-tiempo, coordenadas espaciales y temporales, se obtienen mediante dichas transformaciones.

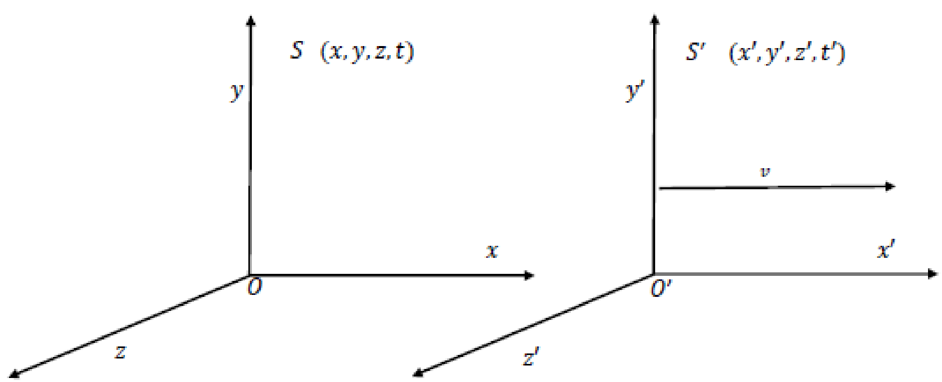

Figura 2-1: Ilustra el movimiento relativo entre dos marcos de referencia inerciales, un observador O, ubicado en el marco S, el cual tiene junto a el, un conjunto de coordenadas cartesianas (x,y,z) y otro observador O' en S' con coordenadas cartesianas (x',y',z'). El marco S' se desplaza respecto al marco S con velocidad traslacional constante u a lo largo del eje común x-x' y los orígenes O y O' coinciden en el tiempo t=t'=0.

De la física no relativista obtenemos las relaciones espaciales para dos observadores inerciales que se mueven con velocidad relativa u dada por las transformaciones de Galileo.

$$
\begin{aligned}
x^{'} &= x - ut \\
y^{'} &= y \\
z^{'} &= z
\end{aligned}
\tag{2-1}
$$

Teniendo en cuenta que el estado de movimiento relativo entre los dos observadores no puede alterar la marcha de los relojes. Así, si los dos orígenes o y $o^{'}$ coinciden en $t = t^{'} = 0$, entonces para cualquier tiempo tenemos.

$$
t = t^{'} \tag{2-2}
$$

De esta manera obtenemos las transformaciones espacio-temporales,

$$
\begin{aligned}
x^{'} &= x - ut \\
y^{'} &= y \\
z^{'} &= z \\
t^{'} &= t
\end{aligned}
\tag{2-3}
$$

Para la composición Galileana de velocidades, se obtienen de la ecuación (2-1) por diferenciación con respecto al tiempo

$$
\begin{aligned}
v_x^{'} &= v_x - u \\
v_y^{'} &= v_y \\
v_z^{'} &= v_z
\end{aligned}
\tag{2-4}
$$

Las transformaciones inversas para las velocidades son,

$$
\begin{aligned}
v_x &= v_x^{'} + u \\
v_y &= v_y^{'} \\
v_z &= v_z^{'}
\end{aligned}
\tag{2-5}
$$

Ahora, al derivar la ecuación (2-4) respecto al tiempo, obtenemos las aceleraciones de dichas transformaciones

$$\begin{aligned} a_x^{'} &= a_x \\ a_y^{'} &= a_y \\ a_z^{'} &= a_z \end{aligned} \tag{2-6}$$

La TER es una teoría más general que toma en cuenta la mecánica no relativista cuando se asumen velocidades del orden de la velocidad de propagación de la luz en el espacio libre.

Dado el caso, las transformaciones que sustituyen a las Galileanas para velocidades relativas o cercanas a la velocidad de la luz para observadores inerciales se establecen como las transformaciones de Lorentz.

2.2. Transformaciones de Lorentz

La transformación de coordenadas de Lorentz para un evento, especificado para las coordenadas (x,y,z) para el marco S y con (x',y',z') para el observador en S' desplazándose uno con respecto al otro a velocidad relativa u en la dirección +x son

$$\begin{aligned} x^{'} &= \gamma(x - ut) \\ y^{'} &= y \\ z^{'} &= z \\ t^{'} &= \gamma\left(t - \frac{ux}{c^2}\right) \end{aligned} \tag{2-7}$$

Las transformaciones inversas son

$$\begin{aligned} x &= \gamma(x^{'} + ut) \\ y &= y^{'} \\ z &= z^{'} \\ t &= \gamma\left(t^{'} + \frac{ux}{c^2}\right) \end{aligned} \tag{2-8}$$

Donde γ es el factor relativista o factor de Lorentz,

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \tag{2-9}$$

Se puede comprobar que las transformaciones obtenidas en (2-8) se convierten en las transformaciones de Galileo cuando el termino $\frac{u}{c} \to 0$.

Derivando (2-7) respecto al tiempo se obtienen la composición de velocidades de Lorentz,

$$v_x^{'} = \frac{v_x - u}{1 - \left(\frac{u}{c^2}\right) v_x} \tag{2-10}$$

De manera adicional, se encuentran las transformaciones inversas para las velocidades

$$v_x = \frac{v_x^{'} + u}{1 + \left(\frac{u}{c^2}\right) v_x} \tag{2-11}$$

2.3. La Dilatación del tiempo

Se considera un tren que está en movimiento rectilíneo uniforme con velocidad v respecto al pasillo de una estación. El pasajero que está ubicado dentro del tren O' dispone de un reloj de luz, el cual consiste en dos espejos perfectos puestos uno encima del otro, a una altura d. Este obtiene un pulso de luz que se encuentra viajando continuamente entre estos, observar figura (**2-2**).

De tal manera que, O' estará midiendo el tiempo $\Delta t^{'}$ que tarda la luz en subir y bajar,

$$\Delta t^{'} = \frac{2d}{c} \tag{2-12}$$

Del otro lado se encuentra un observador O, quien verá este mismo fenómeno, pero de una manera distinta. Para este la luz sale del espejo de abajo, pero llega al espejo de arriba

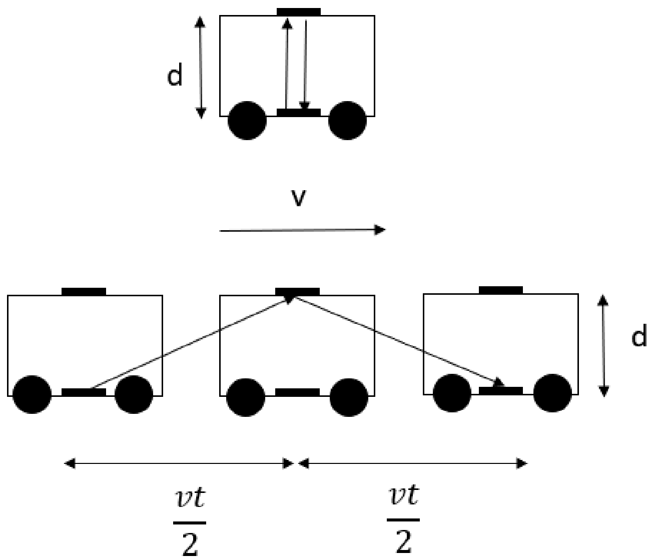

Figura 2-2: Reloj de luz de un tren en movimiento visto por un observador O' dentro del tren(arriba) y un observador O en el pasillo (abajo) [4]

después de un tiempo $\frac{\Delta t'}{2}$ cuando el tren se ha desplazado una distancia $v\frac{\Delta t'}{2}$ y nuevamente al espejo de abajo después de un total cuando el tren se ha desplazado una distancia total $v\Delta t$. para O, la luz recorre una trayectoria más larga, Pues, para este la luz también se mueve a una velocidad c, habrá pasado más tiempo entre que la luz saliese y entrase nuevamente al espejo de abajo. Para concluir, se define por el teorema de Pitágoras la distancia recorrida por la luz al subir,

$$\left(\frac{c\Delta t}{2}\right)^2 = \left(\frac{v\Delta t}{2}\right)^2 + d^2 \tag{2-13}$$

Ahora despejamos Δt y se obtiene

$$\Delta t = \frac{2\frac{d}{c}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$
$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \tag{2-14}$$

Hemos reemplazado $\Delta t'$ como $\frac{2d}{c}$ tal como en la ecuación (2-12), ya que esta expresa la altura del tren d en función del intervalo de tiempo $\Delta t'$ medido por O'.

Se observa que el tiempo que tarda la luz en recorrer un ciclo observado por O en el pasillo es precisamente más largo que el tiempo $\Delta t'$ de O'. A esto se le denomina dilatación del tiempo. Lo cual nos dice que lo relojes en movimiento corren más despacio que los relojes en reposo.

Con ayuda de la ecuación (2-9) se puede observar este fenómeno. Como $\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} < 1$ y $\Delta t > \Delta t'$ observamos que el tiempo medido por el observador en el intervalo se encuentra dilatado.

2.4. Contracción de la longitud

Si un objeto se encuentra en reposo respecto a un observador, su longitud se determina midiendo la diferencia entre las coordenadas espaciales de los extremos del objeto. Como este no está en movimiento, las medidas de los extremos son siempre las mismas para cualquier intervalo de tiempo, la diferencia de estas coordenadas se denomina longitud propia. De esta manera, la longitud propia de un objeto es la longitud del objeto medida en su marco de referencia de reposo.

Ahora, suponemos que una regla orientada en la dirección del eje común $x - x'$ está en reposo con respecto a un observador O'. Observamos como están relacionadas las medidas de las longitudes obtenidas para los observadores O y O', cuando O' se mueve con respecto a O en la dirección del eje x-x' con velocidad v.

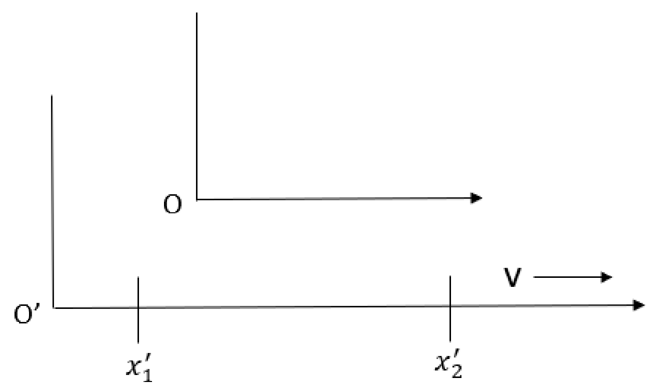

Figura 2-3: Contracción de Lorentz

Se denominan los subíndices 1 y 2 para indicar los extremos de la regla. De las transformaciones inversas de Lorentz para las coordenadas de la ecuación (2-8) tenemos,

$$x_2^{'} - x_1^{'} = \frac{(x_2 - x_1) + v\,(t_2 - t_1)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \tag{2-15}$$

Podemos denominar a $x_2^{'} - x_1^{'} = L_0$ como los extremos de la regla de la longitud propia definida anteriormente, la cual es medida por O'. Ahora, si las medidas x_1 y x_2 son obtenidas por O, de tal manera que $t_2 - t_1 = 0$, Entonces la diferencia de $x_2 - x_1 = L$, lo que es la longitud de la regla medida por el observador O, que es la longitud en movimiento. Ahora obtenemos de la ecuación(2-15)

$$L = L_0\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \tag{2-16}$$

Se puede ver que, $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} < 1$, entonces $L < L_0$ de esta manera la longitud de la regla en movimiento obtenida por O esta contraída.

2.5. Simultaneidad

Dos eventos son simultáneos para un observador si y solo si este logra determinar que aquellos se realizan al mismo tiempo. En la física no relativista se determina que dos eventos son simultáneos, puesto que los tiempos sean $t = t^{'}$ en las transformaciones de Galileo, lo que indica que cualquier observador también los encontraría simultáneos. No obstante, en relatividad especial, dos eventos que para un observador son simultáneos, en general no son simultáneos para otro. [7]

Supóngase que el observador O' determina que los eventos 1 y 2 son simultáneos, es decir que $t_1^{'} = t_2^{'}$. Ahora el observador O tomara la medida de la diferencia de tiempo entre los mismos eventos,

$$t_2^{'} - t_1^{'} = \frac{\frac{u}{c^2}\left(x_2^{'} - x_1^{'}\right)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \tag{2-17}$$

Si los dos acontecimientos se realizan en el mismo lugar, es decir que $x_2^{'} = x_1^{'}$, entonces serán simultáneos para O. Así, se podría afirmar que dos eventos que son simultáneos para un observador inercial, serán simultáneos para otro observador inercial, si ambos ocurren en el mismo lugar para este último observador.

Aclarando, si dos eventos se realizan en el mismo lugar del espacio, cada observador necesita únicamente un reloj para determinar si son simultáneos. Ahora, si los dos eventos están especialmente separados, entonces cada observador necesita dos relojes sincronizados adecuadamente para determinar si son o no simultáneos.

2.6. Dinámica Relativista

Los desarrollos de la teoría Especial de la relatividad originaron cambios en la mecánica Newtoniana [4].

2.6.1. Composición de velocidades

De las transformaciones de Lorentz podemos derivar una nueva regla para la composición de velocidades [8]. Suponiendo que una partícula tiene una velocidad V' con respecto al observador O', que a su vez con velocidad v con respecto a O. Para encontrar V de la partícula con respecto a O, se utiliza la inversa de las transformaciones de Lorentz de la ecuación (2-8)

$$\begin{aligned} x &= \gamma\left(x^{'} + vt^{'}\right) \\ t &= \gamma\left(t^{'} + \frac{vx^{'}}{c^2}\right) \end{aligned} \tag{2-18}$$

Donde γ es el factor relativista o factor de lorentz. La velocidad $V = \frac{dx}{dt}$ de la partícula, medida por O, está dada por la siguiente ecuación

$$\begin{aligned} V &= \gamma\left(\frac{dx^{'}}{dt} + \frac{dt^{'}}{dt}v\right) \\ V &= \gamma\left(V^{'} + v\right)\frac{dt^{'}}{dt} \end{aligned} \tag{2-19}$$

$$V = \frac{V^{'} + v}{1 + \frac{vV'}{c^2}} \tag{2-20}$$

Ahora obtenemos de la ecuación (2-18)

$$dt = \gamma \left(dt^{'} + \frac{v}{c^2} dx^{'} \right)$$
$$dt = \gamma \left(1 + \frac{v}{c^2} V' \right) dt^{'} \tag{2-21}$$

Se puede observar que con esta suma de velocidades relativistas, las velocidades medidas por el observador O, nunca sobrepasan la velocidad de la luz. En el ejemplo donde una partícula sin masa que se mueve con velocidad V'=c con respecto al observador O', su velocidad con respecto al observador O según la ecuación (2-20) es V=c. Este resultado es independiente de v relativa entre O y O' lo cual no viola el segundo postulado de la TER.

2.6.2. Momento, Masa y Energia

Como está determinado, la segunda ley de Newton $\vec{F} = m\vec{a}$ (en su forma particular), no puede ser válida en este punto, debido a que implicaría que una partícula sometida a una fuerza constante podría alcanzar velocidades demasiado grandes. Por lo tanto, debe ser modificada, tal que, no viole los postulados de la TER o las transformaciones de Lorentz.

Se reescribe la segunda ley de Newton, escribiéndola en forma diferencial.

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \tag{2-22}$$

Ahora el momento lineal $\vec{p}$ agregando el factor γ para correcciones relativistas se define como,

$$\vec{p} = \frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \tag{2-23}$$

El factor γ da correcciones relativistas importantes a la mecánica Newtoniana pues, al actuar con una fuerza sobre una partícula aumenta el momento lineal de la partícula, incrementando un poco la velocidad de la partícula, pero sobre todo aumentando el factor γ [9].En otras palabras, hace falta una fuerza cada vez mayor para acelerar la partícula un poco más. En particular, dado que $\vec{p}$ diverge cuando $v \to c$, una fuerza finita nunca podrá acelerar una masa mas allá de la velocidad de la luz.

Como analogía con la mecánica Newtoniana, se define la diferencia de Energía cinética E, como el trabajo realizado por la fuerza $\vec{F}$ a lo largo de una curva C.

$$
\begin{aligned}
E_2 - E_1 &= \int_C \vec{F}.d\vec{r} \\
E_2 - E_1 &= \int_C \vec{F}.\vec{v}dt \qquad \text{(2-24)}
\end{aligned}
$$

Reemplazamos la segunda ley de Newton con correcciones relativista de la ecuacion (2-22) en (2-25) queda,

$$
\begin{aligned}
\Delta E &= \int_1^2 \vec{v}.\frac{d\vec{p}}{dt}dt \\
\Delta E &= \int_1^2 \vec{v}.\frac{d\vec{p}}{d\gamma}\frac{d\gamma}{dt} \\
\Delta E &= m_0c^2\int_1^2 \frac{d\gamma}{dt}dt \\
\Delta E &= m_0c^2\Delta\gamma \qquad \text{(2-25)}
\end{aligned}
$$

Donde $\vec{v}.\frac{d\vec{p}}{d\gamma} = m_0c^2$ debido a

$$
\begin{aligned}
\vec{v}.\frac{d\vec{p}}{d\gamma} &= \vec{v}\frac{d}{d\gamma}\left(m_0\gamma\vec{v}\right) \\
\vec{v}.\frac{d\vec{p}}{d\gamma} &= m_0v^2 + m_0\gamma v\frac{dv}{dr} \\
\vec{v}.\frac{d\vec{p}}{d\gamma} &= m_0v^2 + m_0\frac{c^2}{\gamma^2} \\
\vec{v}.\frac{d\vec{p}}{d\gamma} &= m_0c^2 \qquad \text{(2-26)}
\end{aligned}
$$

Se puede ver que la ecuación (2-25) nos da la relación entre la energía cinética E, la masa m_0 y la velocidad v, que es muy diferente a la mecánica Newtoniana.

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \tag{2-27}$$

Para velocidades bajas como $\frac{v}{c} << 1$ se desarrolla el factor relativista en una serie de Taylor [4],

$$E = m_0 c^2 + \frac{1}{2} m_0 v^2 + ... \tag{2-28}$$

Se logra identificar en el segundo término de la ecuación (2-28) la expresión de la mecánica newtoniana para la energía cinética, mientras que en el primer término es la energía de reposo que tiene un objeto por el hecho simple de poseer masa.
Ahora, el hecho de que una partícula dependa en sí, de la velocidad, sugiere una gran relación entre la energía y el momento, por ejemplo, un observador O' que se encuentra respecto a una partícula verá una energía $E^{'} = m_0 c^2$ y un momento $\vec{p} = 0$, mientras que el observador O verá un momento no nulo y una energía mas grande. Con este ejemplo, resulta que La energía E y el momento $\vec{p}$ están relacionados a través de una transformación de Lorentz, tal que O y O' están basados como en los ejemplos anteriores y que la masa se mueve a lo largo del eje x del observador O.

$$\begin{aligned} E^{'} &= \frac{E - v p_x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\ p_x^{'} &= \frac{p_x - v \frac{E}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \end{aligned} \tag{2-29}$$

De la ecuación (2-29) se puede combinar la energía E y $\vec{p}$ en una expresión. Ahora, de (2-23) y (2-27) obtenemos,

$$E^2 - p_x^2 c^2 - p_y^2 c^2 - p_z^2 c^2 = m_0 c^4 \tag{2-30}$$

Se observa, que el lado derecho de la ecuación (2-30) es una constante por lo tanto, La combinación de la izquierda tiene el mismo valor para todos los observadores, lo que nos indica la invariancia de Lorentz [10].

2.7. Electromanegtismo en la TER

En comparación con la mecánica Newtoniana, la teoría de Maxwell no necesita correcciones relativistas, debido a que, las ecuaciones ya son invariantes bajo las transformaciones de Lorentz, estas leyes son [40],

$$
\begin{aligned}
\vec{\nabla}.\vec{E} &= \frac{\rho}{\varepsilon_0} \\
\vec{\nabla}.\vec{B} &= 0 \\
\vec{\nabla} \times \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\
\vec{\nabla} \times \vec{B} &= \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}
\end{aligned} \tag{2-31}
$$

La fuerza de Lorentz se define con la siguiente expresión

$$\vec{F} = q\left[\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}\right] \tag{2-32}$$

La ecuación (2-32) define las interacciones de los campos eléctricos $\vec{E}$, campos magnéticos $\vec{B}$ y las densidades de carga ρ y corrientes $\vec{j}$. Está confirmado que el principio de relatividad relaciona algunas magnitudes de las ecuaciones de Maxwell. Es el caso para, una configuración de cargas $\rho(\vec{x})$ que se encuentra en reposo en el sistema de referencia de un observador O, el cual se descubre como una corriente $\vec{j} = \rho\vec{v}$ en el sistema de referencia O' que está a velocidad constante $\vec{v}$ con respecto a o. Esto muestra que las cargas y corrientes se encuentras relacionadas por las transformaciones de Lorentz. Ahora, mediante un cambio de coordenadas se transforman de la siguiente manera,

$$
\begin{aligned}
\rho^{'} &= \frac{\rho - v\frac{j_x}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \\
j_x^{'} &= \frac{j_x - v\rho}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}
\end{aligned} \tag{2-33}
$$

Mediante la ley de conservación de la carga eléctrica, ya demostrada en las ecuaciones de Maxwell

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \vec{\bigtriangledown}.\vec{j} = 0 \tag{2-34}$$

Ahora, si ρ y $\vec{j}$ se incluyen en las transformaciones, es primordial la importancia de ver que ocurre con la conservación en el cambio de sistema de referencia a otro. Se debe tener en cuenta que no solo la carga se transforma sino tambien las derivadas parciales. De la ecuación(2-18) al aplicar la regla de la cadena se deduce como transforman las derivadas parciales.

$$\begin{aligned} \partial_x{}' &= \gamma\left(\partial_x + \frac{v}{c^2}\partial_t\right) \\ \partial_x{}' &= \gamma\left(\partial_t + v\partial_x\right) \end{aligned} \tag{2-35}$$

De este modo, la conservación de la carga eléctrica de la ecuación (2-34) también es un invariante de Lorentz, lo cual es válido para todos los sistemas inerciales. También los campos electromagnéticos $\vec{E}$ y $\vec{B}$ se encuentran relaciones por una transformación de Lorentz y se encuentran expresados de la siguiente manera,

$$\begin{aligned} E_x^{'} &= E_x \\ E_y^{'} &= \frac{E_y - v\frac{E_z}{c}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \\ E_z^{'} &= \frac{E_z + v\frac{E_y}{c}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \\ B_x^{'} &= B_x \\ B_y^{'} &= \frac{B_y + v\frac{B_z}{c}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \\ B_z^{'} &= \frac{B_z - v\frac{B_y}{c}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \end{aligned} \tag{2-36}$$

2.8. El espacio de Minkowski

El espacio-tiempo cuadrimensional de la Relatividad especial es conocido como espacio de Minkowski, El espacio para todos los eventos, cada uno se caracteriza por su posición en

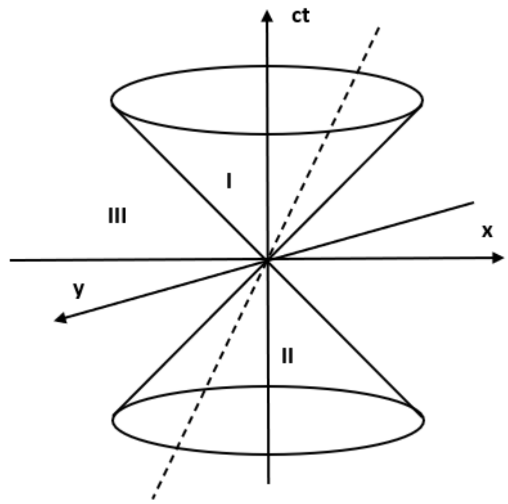

Figura 2-4: Conos de luz del espacio de Minkowski. Estos conos representan la trayectoria de los rayos de luz que pasan por el punto $x = y = z = 0$ en el momento $t = 0$. [4]

x, y, z y un momento t en que ocurre el evento, lo que sirve como coordenadas en este mismo espacio [12]. Para el espacio de Minkowski se define por la ecuación

$$S^2 = c^2t^2 - x^2 - y^2 - z^2 = 0 \tag{2-37}$$

La ecuación (2-37) define la trayectoria de una señal de luz que se emite desde el origen en $x = y = z = 0$ para $t = 0$, está definida como como una señal en una esfera de radio ct. Ahora al ilustrar las coordenadas $x(t)$,$y(t)$,$z(t)$ en función del tiempo, esto indica que su trayectoria corresponde a un cono invertido vértice en el origen como $ct = x = y = z = 0$. De este mismo modo la trayectoria de luz que llega en momento $t = 0$ al punto $x = y = z = 0$ es otro cono con el vértice en el origen. A estos dos se les da el nombre de cono de luz futuro en la zona I y el cono luz pasado en la zona II de la figura (**2-4**).

Supongamos que la trayectoria de un observador O en el origen de su sistema de referencia que utiliza coordenadas (ct, x, y, z) para $x = y = z = 0$ lo que indica al eje ct, debido a su estado de reposo con respecto a si mismo. Mientras la trayectoria del observador O' que se encuentra moviendo a velocidad constante con respecto al observador O y que coinciden en $t = 0$, describe una recta que pasa por el origen. Como la velocidad O' siempre es menor que c, la trayectoria siempre termina dentro del cono de luz. Específicamente, como el límite siempre radica en c, cualquier partícula que pase por el origen siempre terminara dentro del cono de luz.

La siguiente ecuación es invariante ante las transformaciones de Lorentz y la cual establece una condición para este hecho

$$S^2 = c^2t^2 - x^2 - y^2 - z^2 \tag{2-38}$$

Claramente se indica que s^2 tiene el mismo valor para todos los observadores inerciales que se relacionen a través de las transformaciones de Lorentz. Se plantean 3 casos que dependen de los valores para S^2, los tres casos son $S^2 > 0$, $S^2 = 0$, $S^2 < 0$.

Dentro del cono de luz se satisface la condición $S^2 > 0$, fuera de los conos (La zona III) se satisface la condición $S^2 < 0$. Cualquier punto de luz se encuentra en un posible contacto con el punto $ct = x = y = z = 0$, ya que, es posible enviar una señal de luz desde un punto dentro del cono pasado al origen, o desde un punto dentro del cono futuro. Debido a que las transformaciones de Lorentz dejan invariante la cantidad S^2, no es posible que alguna señal llegara desde el origen a la zona III o viceversa.

Se sabe que matemáticamente el Espacio de Minkowski tiene forma vectorial, de modo que se pueden escribir las coordenadas (ct, x, y, z) de un suceso como un vector cuadrimensional x^μ, de la manera de este espacio vectorial con la cantidad S^2 como el cuadrado de la norma de este vector, la cual resulta invariante y está definida como $S^2 = \|x^\mu\|^2$. Esta norma no está definida positiva como R^N. lo que nos indica que en el espacio de Minkowski existen algunos vectores con norma igual a cero, tal que no sean el vector $\vec{0}$ y también vectores cuya norma al cuadrado es negativa, lo cual se puede asociar a un producto escalar de la siguiente manera $S^2 =< x|x >$

De esta manera se encuentra definido como,

$$\langle V|W\rangle = V_tW_t - V_xW_x - V_yW_y - V_zW_z \tag{2-39}$$

Se establece que el espacio de minkowski no posee geometría euclidiana sino Lorentziana. Ahora definimos S^2 como el cuadrado de la distancia entre un suceso (ct, x, y, z) y el origen y, nos queda

$$\Delta S^2 = c^2(t_2 - t_1)^2 - (x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2 - (z_2 - z_1)^2 \tag{2-40}$$

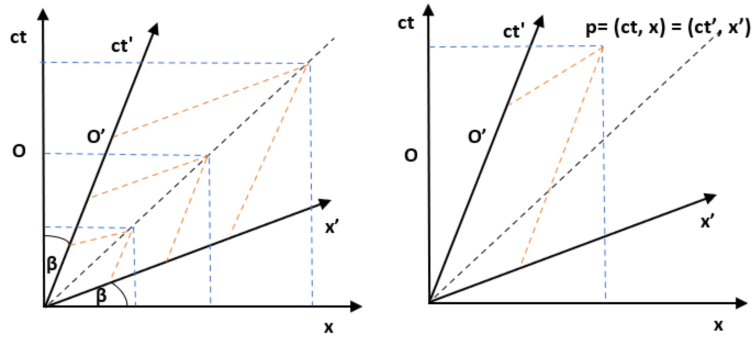

Figura 2-5: Transformación de Lorentz en el espacio de minkowski. El eje temporal para cada sistema de coordenadas es la trayectoria del origen y el cono de luz es la bisectriz entre el eje temporal y espacial, de esta manera todos los observadores miden la misma velocidad de la luz (ver parte izquierda de la figura). Mientras que el suceso p tiene coordenadas (ct, x) para el observador O y para O' coordenadas (ct', x').

Se describe como el cuadrado de dos eventos (ct_1, x_1, y_1, z_1) y (ct_2, x_2, y_2, z_2) en el espacio de Minkowski [13]. También se evidencian tres posibles casos, si $\Delta S^2 > 0$ estos eventos están separados por un intervalo temporal, Si $\Delta S^2 = 0$ seria por un intervalo nulo y si $\Delta S^2 < 0$ por un intervalo espacial.

Una transformación de Lorentz relaciona las componentes de un vector de posición (ct, x, y, z) visto por un observador O con las componentes (ct', x', y', z') del mismo vector visto por un observador O'. Lo que indica que una transformación de Lorentz es un cambio de base dentro del espacio de minkowski.

Para el sistema de referencia de O como el sistema de O' forman una base completa del espacio de minkowski y cualquier evento p se le asigna las coordenadas (ct, x, y, z) de O, como (ct', x', y', z') para O'. Su única diferencia es el cambio de base mencionado anteriormente por la transformación del Lorentz.

2.9. Derivación de las transformaciones de Lorentz basadas en la invariancia de la ecuación de propagación de la luz, propiedad de grupo y principio de correspondencia sin presencia de anisotropía.

Consideramos dos marcos de referencia inerciales S y S' en la configuración estándar, con los ejes y y z de los dos marcos paralelos, el movimiento relativo esta a lo largo del eje x. Las coordenadas de espacio y tiempo en S y S' se definen respectivamente como X, Y, Z, T y x,y,z,t. También, la velocidad de S' con respecto a S será v. Las transformaciones entre los marcos se derivan en base a los mismos primeros principios de la nueva teoría: Invariancia de la ecuación de propagación de la luz, Propiedad del grupo y principio de correspondencia.

Ahora, las ecuaciones de propagación de la luz entre los marcos S y S' son:

$$c^2dT^2 - dX^2 - dY^2 - dZ^2 = 0 \tag{2-41}$$

$$c^2dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 = 0 \tag{2-42}$$

Las transformaciones de coordenadas y tiempo entre los dos marcos inerciales se encuentran a partir de la condición de que la ecuación de propagación de la luz queda invariante ante la transformación de la ecuación (2-41) en (2-42) y forman un grupo uniparamétrico con el parámetro de grupo $a = a(v)$ (si $v \ll 1$ corresponde a $a \ll 1$):

$$x = f\left(X, T; a\right) \qquad t = q\left(X, T; a\right) \qquad y = g\left(Y, Z; a\right) \qquad z = h\left(Y, Z; a\right) \tag{2-43}$$

En este caso, no se impone el supuesto de linealidad. Se utiliza como en el caso con anisotropía la técnica infinitesimal de Lie. Las transformaciones infinitesimales que corresponden a la ecuación (2-43) son

$$
\begin{aligned}
x &\approx X + \xi\,(X,T)\,a \\
t &\approx T + \tau\,(X,T)\,a \\
y &\approx Y + \eta\,(Y,Z)\,a \\
z &\approx Z + \zeta\,(Y,Z)\,a
\end{aligned}
\tag{2-44}
$$

Al sustituir las transformaciones infinitesimales de (2-44) en la ecuación (2-42) con la posterior linealización con respecto a **a** y usando la ecuación (2-41) para eliminar dT^2 nos queda

$$
\begin{aligned}
&(\tau_T - \xi_X)\,dX^2 + (\tau_T - \eta_Y)\,dY^2 + (\tau_T - \zeta_X)\,dZ^2 \\
&\quad + \left(c^2\tau_X - \xi_T\right) dX\,dT - (\eta_Z - \zeta_Y)\,dY\,dZ = 0
\end{aligned}
\tag{2-45}
$$

El principio de correspondencia se aplica para especificar el generador de grupo $\xi\,(X,T)$. Luego de resolver las ecuaciones determinantes que surgen de la ecuación (2-45) para los generadores τ, η, ζ se obtiene

$$
\begin{aligned}
\tau &= -\frac{b}{c^2}X + c_1 \\
\eta &= wZ + c_2 \\
\zeta &= -wY + c_3
\end{aligned}
\tag{2-46}
$$

Donde ω, c_1, c_2, y c_3 son constantes arbitrarias.

Al tener los generadores de grupos infinitesimales definidos por (2-46), las transformaciones de grupos finitos las encontramos resolviendo las ecuaciones de Lie con las condiciones de contorno adecuadas. Se imponen ciertas restricciones cinemáticas comunes para que las constantes ω, c_1, c_2, y $c3$ se desaparezcan

Las restricciones de un evento originado en el espacio tiempo de los dos marcos se pueden imponer y hacer desaparecer las constantes. Además, requerimos que los planos (x,z) y (X,Y) coincidan en todo momento, esto hace que ω se haga cero y saca las rotaciones del eje (y,z).

Se redefine el parámetro de grupo como $\hat{a} = \frac{ab}{c}$ para eliminar la constante b, posteriormente con las condiciones de contorno, las ecuaciones de Lie toman las siguientes formas

$$
\frac{dx\,(a)}{da} = -ct\,(a)\,, \qquad \frac{d\,(ct\,(a))}{da} = -x(a); \qquad x\,(0) = X, t\,(0) = T
\tag{2-47}
$$

$$\frac{dy\left(a\right)}{da}=0,\qquad \frac{dz\left(a\right)}{da}=0;\qquad y\left(0\right)=Y,z\left(0\right)=Z \tag{2-48}$$

Siendo soluciones triviales, las ecuaciones (2-47) y (2-48) dan como resultado

$$x=Xcosh\left(a\right)-cTsinh\left(a\right),\qquad ct=cTcosh\left(a\right)-Xsinh\left(a\right);\qquad y=Y,\quad z=Z \tag{2-49}$$

El parámetro de grupo **a** esta relacionado con la velocidad v usando la condición

$$x=0\quad,\quad X=vT \tag{2-50}$$

De **a** obtenemos

$$a=tanh^{-1}\frac{v}{c},\qquad a=\frac{1}{2}ln\frac{1+\frac{v}{c}}{1-\frac{v}{c}} \tag{2-51}$$

Por último, se sustituye (2-51) en la ecuación (2-49) y da como resultado las ecuaciones de las transformaciones de Lorentz como en la presente sección.

$$x=\frac{X-\left(\frac{v}{c}\right)cT}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}},\quad ct=\frac{cT-\left(\frac{v}{c}\right)X}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}},\quad y=Y,\quad z=Z \tag{2-52}$$

3. Teoría Especial de la Relatividad no estándar

3.1. Introducción TER no estándar

La invariancia de Lorentz es el componente esencial de la TER estándar o también llamada Teoría de los invariantes, la cual sustenta la mayor parte de la Física [1]. Varios autores anuncian una posible violación de la simetría de Lorentz, esto nos refiere a teorías que están basadas en la TER no estándar, cuando los experimentos que se llevan a cabo manifiestan correcciones a la violación de Lorentz, estas pueden estar presentes o ser pequeñas. Todo esto nos lleva a la idea de que puede existir un marco de referencia preferencial asociado a esta posible violación, donde se encuentra el FONDO COSMICO DE MICROONDAS(CMB) [2], el cual desde el punto de vista cosmológico tiene la propiedad de ser un marco de referencia preferencial por sus características isotrópicas [3].

Al aceptar la existencia del marco de referencia preferencial del CMB se deja a un lado el principio de Relatividad Especial y el principio de universalidad de la luz, partiendo de estudios teóricos para analizar estos resultados empíricos que son llamados "Teorías de prueba" [4], las cuales asumen que el marco de referencia adecuado es el del CMB. Otra de sus características indica que es el único marco de referencia inercial en donde la propagación bidireccional de la luz (Velocidad que se mide desde la fuente hasta el observador y viceversa) es isotrópica, esto marca una diferencia con los marcos de referencia con respecto al del CMB que son anisotrópicos.

Todas estas teorías que aceptan este marco como preferencial llevan a dejar atrás la estructura de grupo de las transformaciones espacio-Temporales. Otros autores buscan conservar la universalidad en la bidireccionalidad en la velocidad de propagación de la luz como está definida en la TER estándar, Pero también conservan el marco de la CMB como preferencial, esta formulación es conocida como la Teoría Especial de la Relatividad no estándar y se estudia su análisis en esta sección que se enfoca en la cinemática de esta teoría de prueba [5]. Como se indicó anteriormente se trata de construir una teoría Especial de la relatividad que incluya el marco de referencia del CMB como el marco de referencia preferencial, pero a su vez incluya la universalidad en la propagación bidireccional de la luz; no obstante, se incorpora la característica de anisotropía por lo que este contexto también recibe el nombre de “Relatividad Especial Anisotrópica”.

La cinemática de la Relatividad Especial Anisotrópica está sustentada en base a los principios de simetría:

1. Transformaciones Espacio-Temporales entre marcos inerciales con velocidad de propagación de luz anisotrópica invariante.

2. Un conjunto de transformaciones que posee una estructura de grupo.

La teoría de grupos se aplica para definir grupos de transformaciones entre marcos inerciales; de esta manera, cuando se utilizan las transformaciones espacio-temporales se obtiene la distribución de temperatura del CMB con una relación en la que la dependencia angular coincide con la de la TER estándar. Esta aproximación de la temperatura media se corrige con los términos de segundo orden en la velocidad del observador, parece contradictorio que, debido al ineludible entrelazamiento entre la sincronización remota de relojes y la direccionalidad de la velocidad de la luz, lo de la unidireccionalidad de la luz es irreduciblemente convencional. Sin embargo, la unidireccionalidad de la velocidad de la luz en un marco inercial especifico es una cantidad determinada por una ley Física en la cual el parámetro de anisotropía depende del marco de referencia con respecto al marco preferencial.

El entrelazamiento entre la sincronización remota y la unidireccionalidad en la velocidad de la luz, en el caso de relojes remotos que usan señales luminosas, implica que el procedimiento de sincronización se implementa utilizando la unidireccionalidad en la velocidad de la luz determinada por esa ley. Si se utiliza otro método de sincronización; por ejemplo, “sincronización externa” [8], Esto cambia la forma de las transformaciones para las variables espacio-temporales, pero la unidireccionalidad de la velocidad de propagación de la luz no se altera cambiando el método de sincronización, el análisis se basa en los requisitos de invariancia de la ecuación de propagación de la luz (anisotropía) y la estructura de grupo de un conjunto de transformaciones entre marcos inerciales que se derivan de los principios de la relatividad especial. En esas transformaciones, el parámetro de anisotropía k para la unidireccionalidad de la velocidad de la luz es una variable que participa en las transformaciones.

El hecho de que la unidireccionalidad en la velocidad de la luz sea una cantidad física determinada por la velocidad del marco inercial en relación con un marco preferencial, no viola el principio de universalidad de propagación de la luz. Nada distingue el marco en el que $k = 0$ de otros marcos y las transformaciones desde esos marcos son miembros de un grupo de ellas que son equivalente entre sí, las transformaciones espacio-temporales entre marcos inerciales derivadas como resultado del análisis difiere de las transformaciones de Lorentz. Dado que la teoría se basa en los principios de la relatividad especial, significa que la invariancia de Lorentz se viola, pero no la invariancia relativista.

Las ecuaciones de la teoría contienen una constante universal indefinida q, tal que el caso de que $q = 0$ corresponde a la Relatividad Especial estándar con velocidad isotrópica unidireccional de la luz en todos los marcos inerciales. Los efectos medibles que se derivan de las ecuaciones teóricas proporcionan estimaciones para q y define de esta forma las desviaciones de la relatividad estándar, aplicando la teoría al problema del cálculo de la distribución de temperatura del CMB elimina la inconsistencia del enfoque habitual cuando se usan las ecuaciones de la TER estándar, que no permiten un marco preferencial. Se utilizan para definir los efectos causados por el movimiento con respecto al marco preferencial, la dependencia angular de la temperatura predicha para el CMB por la presente teoría coincide con que se obtiene sobre la base de las ecuaciones de la TER estándar, mientras que la temperatura media se corrige mediante los términos de segundo orden en la velocidad del observador.

3.2. Anisotropía en la propagación de la luz en Relatividad especial

La anisotropía de la unidireccionalidad de la velocidad de la luz se coloca tradicionalmente en el contexto de convencionalidad de simultaneidad en puntos espaciales distantes y la sincronización de relojes [5], la simultaneidad en puntos espaciales distantes de un marco inercial se define por la sincronización de un reloj que utiliza señales luminosas. Si t_0 y t_R son respectivamente los tiempos de emisión y recepción del pulso de luz en el reloj maestro y t es el tiempo de reflexión del pulso en el reloj remoto, entonces la convencionalidad de la simultaneidad es una afirmación de que se puede elegir el tiempo t entre t_0 y t_R. Esta libertad se puede parametrizar por un parámetro k_c como sigue [6]

$$t = t_0 + \frac{1 + k_c}{2}\left(t_R - t_0\right) \tag{3-1}$$

Cualquier elección de k_c corresponde a la asignación de que las señales de luz en cada dirección deben satisfacer la condición de que el promedio es igual a c. Por tanto, la velocidad de la luz en cada dirección es

$$V_{\pm} = \frac{c}{1 \pm k_c} \tag{3-2}$$

La sincronización “estándar” (Einstein) que implica velocidades iguales en direcciones opuestas corresponde a $k_c = 0$. Si se utiliza el procedimiento descrito para configurar un conjunto de relojes utilizando señales de algún reloj maestro colocado en el origen espacial, una diferencia en la sincronización entre el reloj estándar y no estándar puede reducirse a un cambio de coordenadas [7]

$$t = t^{(s)} + \frac{k_c x}{c} \qquad x = x^{(s)} \tag{3-3}$$

Donde $t = \frac{(t_R + t_0)}{2}$ es el ajuste de tiempo según el procedimiento de sincronización de Einstein (estándar).

Ahora, el análisis se puede extender al caso tridimensional. Si un rayo de luz se propaga (a lo largo de líneas rectas) desde un punto de partida y a través de la reflexión sobre espejos adecuados que cubren una parte cerrada, el hecho experimental es que la velocidad de luz medida sobre la parte cerrada es siempre c (principio de ida y retorno de la luz). De acuerdo con ese hecho experimental, si se permite que la velocidad de la luz sea anisotrópica debe depender de la dirección de propagación [8].

$$V = \frac{c}{1 + \vec{k}_c.\hat{n}} = \frac{c}{1 + k_c cos\theta_k} \tag{3-4}$$

Donde $\vec{k}_c$ es un vector constante y θ_k es el ángulo entre la dirección de propagación $\hat{n}$ y $\vec{k}_c$. Al igual que en el caso unidimensional, la ley (3-4) puede considerarse como resultado de la transformación de coordenadas “estándar” de la variedad espacio-tiempo de cuatro dimensiones, con $k_c \neq 0$, a la “No-estándar”

$$t = t^{(s)} + \frac{\vec{k}_c.\vec{r}}{c} \qquad \vec{r} = \vec{r}^{(s)} \tag{3-5}$$

La convencionalidad de la simultaneidad en la TER estándar y la cuestión relacionada con la anisotropía de la unidireccionalidad en la velocidad de la luz, han sido temas debatidos, una opinión común es que, debido a la libertad en la elección del parámetro de anisotropía k_c, la velocidad unidireccional de la luz es irreductiblemente convencional. Si hay una anisotropía en un sistema físico, los argumentos a favor de la convencionalidad de la unidireccionalidad en la velocidad de la luz no son válidos y; aún más, un valor específico de la unidireccionalidad de la velocidad de la luz junto con la sincronización correspondiente, esta es elegida de manera objetiva.

Los argumentos a favor de la convencionalidad de la unidireccionalidad de la velocidad de la luz se basan primero en la posibilidad de introducir las transformaciones tratadas como sustitutas de las transformaciones de Lorentz de la Relatividad Especial en el caso de la anisotropía unidireccional en la velocidad de luz (3-2) con $k_c \neq 0$, estas transformaciones han sido derivadas de la literatura utilizando argumentos cinemáticos [21]; en lo que sigue, se definen como " ϵ Transformaciones Lorentz".

Aunque las ϵ transformaciones de Lorentz se pueden obtener de las transformaciones de Lorentz estándar por un cambio de coordenadas en la ecuación (3-3) y dado que estas últimas usan la variedad cuatro-dimensional espacio-tiempo, generalmente se considera que las primeras describen la cinemática de la relatividad especial en un sistema anisotrópico (por ejemplo, el más citado artículo de Edwards [21] se titula "Relatividad especial en espacio anisotrópico").

Los argumentos se presentan mostrando que:

1. Las ϵ transformaciones de Lorentz, comúnmente consideradas como portadoras de anisotropía, de hecho, no son aplicables a un sistema anisotrópico.
2. En el caso del sistema isotrópico, el caso particular de las transformaciones correspondientes a la isotropía unidireccional en la velocidad de la luz y la sincronización de Einstein (transformaciones estándar de Lorentz) son un privilegio.

El primer enunciado está relacionado con la invariancia del intervalo espacio-temporal. La invariancia del intervalo se considera comúnmente como una parte integral de la Física de la

Relatividad Especial que se utiliza como punto de partida para la derivación de las transformaciones espacio-temporales entre marcos inerciales; sin embargo, la invariancia del intervalo no es una consecuencia directa de los principios básicos de la teoría.

Los dos principios que constituyen la base conceptual de la Relatividad Especial, el principio de relatividad que establece la equivalencia de todos los marcos inerciales en lo que respecta a la formulación de las leyes de la física y en la constancia de la velocidad de la luz en marcos inerciales tomados en conjunto conducen a la condición de invariancia de la velocidad de propagación de la luz con respecto a las transformaciones de coordenadas entre marcos inerciales. Así; en general, la no invariancia del intervalo y la invariancia de la velocidad de la luz deben ser un punto de partida para la derivación de las transformaciones, el uso de la invariancia del intervalo suele estar precedida por una prueba de su validez [22] basado en la invariancia de la ecuación de propagación de la luz.

Estas pruebas no son válidas si una anisotropía está presente y los mismos argumentos conducen a la conclusión de que, en presencia de anisotropía el intervalo espacio-temporal no es invariante pero está modificado por un factor conforme [1]. Las "ϵ transformaciones de Lorentz", como las transformaciones estándar de Lorentz, dejan el intervalo espacio-temporal invariante y por lo tanto son aplicables solo en el caso de ausencia de anisotropía. La segunda afirmación, el caso particular de la isotropía unidireccional en la velocidad de la luz y la sincronización de Einstein son privilegiadas, se basan en el principio de correspondencia.

Se adopta el principio de correspondencia de Bohr [23] como el principio rector de los descubrimientos en la antigua teoría cuántica y desde entonces se consideró como una guía para la selección de nuevas teorías en ciencia física. En el contexto de la Relatividad Especial, el principio de correspondencia se menciona tradicionalmente como una afirmación de que la Teoría Especial de la Relatividad de Einstein se reduce a la mecánica clásica en el límite de pequeñas velocidades en comparación con la velocidad de propagación de la luz.

Siendo aplicado a la cinemática de la relatividad especial, el principio de correspondencia implica que las transformaciones entre marcos inerciales deberían convertirse en las transformaciones galileanas en el límite de pequeñas velocidades. Las "ϵ transformaciones de Lorentz" no satisfacen el principio de correspondencia a menos que $k_c = 0$ [1] lo que significa que la isotropía unidireccional en la velocidad de la luz, y la sincronía de Einstein, se seleccionen si no hay anisotropía presente en un sistema físico. Del mismo modo, en el caso de un sistema anisotrópico, también debería existir un valor privilegiado en la direccionalidad de la velocidad seleccionada por el tamaño de la anisotropía.

Los comentarios anteriores están relacionados con el caso en que la sincronización se implementa mediante señales luminosas; sin embargo, si otro método de sincronización se utiliza, como por ejemplo la “sincronización externa” [8], no puede cambiar el valor de unidireccionalidad en la velocidad de la luz. Puede cambiar la forma de las transformaciones para las variables espacio-temporales, pero de nuevo cambiando la sincronización. El método es equivalente a un cambio de coordenadas, vale la pena mencionar en relación con los temas del problema del principio de correspondencia y sincronización, una discusión en la literatura (por ejemplo, el artículo de Ohanian [24] “El papel de la dinámica en el problema de sincronización”).

Ohanian argumentó que las consideraciones dinámicas, aplicada a los sistemas inerciales, conlleva necesariamente a la regla de sincronización estándar. Él muestra que el procedimiento de sincronización no estándar, al discutir La Mecánica Clásica de Newton, daría como resultado un cambio en la forma de la ecuación de movimiento tal que la segunda ley de Newton implica lo que él llama “pseudo-fuerzas”, esto concluye que en un marco de referencia inercial cualquier sincronización que no sea la de Einstein está prohibida. El enfoque de Ohanian ha sido criticado por varios autores (por ejemplo, por McDonald y Martínez [25], existe también una respuesta de Ohanian [25] a comentarios de McDonald y Martínez), pero sus análisis están demasiado concentrados sobre cuestiones tales como una convención de sincronización y el origen de la teoría de sincronización Einsteiniana, mientras que las inconsistencias más aparentes del análisis de Ohanian no son suficientemente enfatizadas.

La segunda ley de Newton de la mecánica clásica se utiliza como una relación para elegir una regla de sincronización o, en otros términos, para elegir el valor del parámetro de anisotropía para la unidireccionalidad en la velocidad de la luz. Los problemas de la velocidad de la luz y su anisotropía son ajenos a la mecánica Newtoniana con tiempo absoluto, tal enfoque es una mezcla inconsistente de conceptos relativistas y clásicos. (Es más coherente utilizar en ese contexto el principio de correspondencia como aplicado a ecuaciones dinámicas de la física relativista, pero, en general, utilizando ecuaciones dinámicas en el problema de la sincronización del reloj es dudoso).

No hay razón para elegir la segunda ley de Newton, aunque fuera en forma relativista como relación básica y considerándola más fundamental que cualquier cinemática en el contexto de cuestiones tan netamente cinemáticas como la sincronización de relojes y la velocidad de la luz. Es necesario tener en cuenta también que está en contradicción con un consenso al considerar la ley de la inercia como independiente, y anterior a la ley de fuerza, en la definición de marcos inerciales. Además, un cambio en la forma matemática de las ecuaciones dinámicas que resulta de diferentes convenciones de sincronía no corresponden a ninguna diferencia en absoluto en el comportamiento real de los sistemas físicos y el requisito de que una ecuación dinámica adopte una forma específica (incluso si es la más simple) como base para distinguir una sincronización específica no está justificado.

3.3. Aspectos generales de la Relatividad Especial no estándar

La cinemática de la Relatividad Especial aplicable a un sistema anisotrópico debe ser desarrollado en base a los primeros principios de la TER estándar. Los principios que constituyen la base conceptual de la Relatividad Especial, el principio de relatividad, según el cual las leyes de la Física deben tener la misma forma en todos los marcos inerciales y la universalidad de la velocidad de la luz en marcos inerciales, conducen al requisito de invariancia en la velocidad de la luz con respecto a las transformaciones de coordenadas entre marcos inerciales. En el contexto actual, debe ser la invariancia de la ecuación de la luz que incorpora la anisotropía unidireccional de ella, con la ley de variación de la velocidad con dirección consistente con el experimentalmente comprobado principio de ida y retorno de la luz dado por

$$V = \frac{c}{1+\vec{k}.\hat{n}} = \frac{c}{1+kcos\theta_k} \tag{3-6}$$

Donde $\vec{k}$ es un vector constante que caracteriza a la anisotropía. El cambio de notación, cuando es comparado con la ecuación (3-4), de k_c a k para indicar que $\vec{k}$ es el valor de un parámetro correspondiente a la realmente existente anisotropía mientras k_c define la anisotropía de unidireccionalidad en la velocidad de la luz debido a la sincronía no estándar equivalente al cambio de coordenadas de la ecuación (3-5). La ecuación anisotrópica de propagación de la luz incorporando la ley (3-6) tiene la forma

$$ds^2 = c^2dt^2 - 2kcdtdx - (1-k^2)dx^2 - dy^2 - dz^2 = 0 \tag{3-7}$$

Donde (x, y, z) son las coordenadas y t es el tiempo. Se supone que el eje x es tomado a lo largo de la dirección del vector de la anisotropía $\vec{k}$, la ecuación (7) en forma tridimensional tiene la misma forma.

En el desarrollo de la cinemática relativista anisotrópica otra variedad de requisitos físicos se satisface, asociatividad, reciprocidad, etc. Todos están cobijados por la condición de que esas transformaciones entre los marcos inerciales forman un grupo. Por lo tanto, la propiedad de grupo debe tomarse como otro primer principio, la formulación basada en la invariancia y la propiedad de grupo sugieren el uso del aparato de la teoría de grupos de Lie para definir grupos de transformaciones espacio-temporales entre marcos inerciales. En este punto conviene aclarar que pueden existir dos casos distintos:

1. El tamaño de la anisotropía no depende del movimiento del observador y es la misma en todos los marcos inerciales (los grupos de transformaciones para este caso se estudian en [1])

2. La anisotropía se debe al movimiento del observador con respecto a un marco preferencial y, por lo tanto, el tamaño de la anisotropía varía de un marco a otro. En el último caso, el parámetro de anisotropía se torna variable lo que indica que forma parte del grupo de 5 variables (x, y, z, t, k). El marco preferencial, comúnmente definido porque la propagación de la luz en ese marco es isotrópica, está naturalmente presente en este contexto como el marco con $k = 0$.

Sin embargo, no se viola el principio de relatividad ya que las transformaciones desde, o hacía, ese marco es distinguible de otros miembros del grupo. El hecho de que la anisotropía en la unidireccionalidad de la velocidad de la luz en un marco inercial arbitrario se debe al movimiento de ese marco en relación con el marco preferencial, es parte del paradigma que se utiliza en todo análisis.

El procedimiento de obtención de las transformaciones consta de los siguientes pasos:

1. La condición de invariancia infinitesimal se aplica a la ecuación de propagación de la luz, originando ecuaciones esenciales para el grupo infinitesimal de generadores.

2. Se resuelven las ecuaciones esenciales para definir el grupo de generadores y se aplica el principio de correspondencia para especificar las soluciones.

3. Una vez definidos los generadores del grupo, se determinan las transformaciones finitas como soluciones de las ecuaciones de Lie.

4. El parámetro de grupo está relacionado con los parámetros físicos que utilizan algunas condiciones.

5. Finalmente, el argumento conceptual de que el tamaño de la anisotropía de la unidireccionalidad en la velocidad de la luz en un marco de referencia depende de su velocidad relativa respecto al marco de referencia preferencial, se utiliza para especificar los resultados y colocarlos en el contexto de la relatividad especial con un marco preferencial.

Si se implementan los pasos (1-4) para el caso sin isotropía da las transformaciones estándar de Lorentz [1]. Las transformaciones entre marcos inerciales derivados de tal manera contienen un factor de escala y no dejan invariante el intervalo espacio-temporal entre dos eventos, quedando modificado por un factor de conformidad (cuadrado del factor de escala). La aplicación de la invariancia conforme en las teorías físicas se origina en los artículos de Bateman [26] y Cunningham [27] que descubrieron la invariancia en forma de las ecuaciones de Maxwell ecuaciones del electromagnetismo con respecto a las transformaciones conformes del espacio-tiempo. Las simetrías conformes se han explotado con éxito para muchos sistemas físicos [18], transformaciones en las cuales se modifica la métrica de Minkowsky conformemente se han introducido en el contexto de la cinemática de la relatividad especial en presencia de anisotropía espacial [28] - [31].

3.4. Transformaciones entre marcos inerciales con una variación del parámetro de anisotropía

Grupos de transformaciones entre marcos inerciales, que dejan la ecuación para la propagación de la luz invariante en forma y que incorporan la ley anisotrópica (3-6) son definidas. El parámetro de anisotropía k varía de marco a marco, lo que implica que existe un marco preferencial en donde la velocidad de la luz es isotrópica. Las transformaciones son necesarias para formar un grupo uniparamétrico con el parámetro de grupo $a = a_\nu$ (tal que $\nu \ll 1$ corresponde a $a \ll 1$). La propiedad de grupo no se utiliza como en el análisis tradicional que, por lo general, procede según las líneas iniciadas por [33] y [34] que se basan en supuestos de linealidad y relatividad. La diferencia se puede apreciar en la derivación de las transformaciones estándar de Lorentz utilizando el procedimiento anterior.

Sean dos marcos de referencia inerciales arbitrarios S y S' en la configuración estándar con los ejes Y y Z de los dos marcos paralelos mientras que el movimiento relativo es a lo largo del eje x común. Las coordenadas de espacio y tiempo en S y S' se indican respectivamente como X, Y, Z, T y x, y, z, t. La velocidad del marco S' a lo largo de la dirección x positiva en S, se denota por v. Se supone que el marco S' se mueve con relación a S a lo largo de la dirección determinada por el vector k de la ecuación (3-6). Esta suposición se justifica porque uno de los marcos de un conjunto de marcos con diferentes valores de k es un marco preferencial, en el que $k = 0$, de modo que las transformaciones deben incluir como caso particular, la transformación a ese marco preferencial. Dado que la anisotropía se atribuye al hecho de movimiento con respecto al marco preferencial, se espera que la dirección de la anisotropía esté a lo largo de la dirección del movimiento (sin embargo, la dirección del vector de anisotropía puede ser coincidente y opuesto al de la velocidad).

Las ecuaciones para la propagación de la luz en los marcos S y S' son

$$c^2dT^2 - 2KcdTdX - (1 - K^2)dX^2 - dY^2 - dZ^2 = 0 \tag{3-8}$$

$$c^2dt^2 - 2kcdtdx - (1 - k^2)dx^2 - dy^2 - dz^2 = 0 \tag{3-9}$$

Donde los parámetros de anisotropía K y k en los marcos S y S 'son diferentes. El principio de relatividad implica que las transformaciones de las variables X, Y, Z, T, K, a x, y, z, t, k, deja la forma de la ecuación de la propagación de la luz invariante de modo que (3-8) se convierte en (3-9) bajo las transformaciones. Las transformaciones forman un grupo uniparamétrico

$$\begin{aligned} x &= f(X, Y, Z, T, K; a) \\ y &= g(X, Y, Z, T, K; a) \\ z &= h(X, Y, Z, T, K; a) \\ t &= q(X, Y, Z, T, K; a) \\ k &= p(K; a) \end{aligned} \tag{3-10}$$

Donde a es el parámetro del grupo. Se observa a k como una variable transformada que toma parte en las transformaciones del grupo, basado en los argumentos de simetría se asume que las transformaciones de las variables x y t no involucran las variables y, z y viceversa:

$$\begin{aligned} x &= f(X,T,K;a) \\ y &= g(Y,Z,K;a) \\ z &= h(Y,Z,K;a) \\ t &= q(X,T,K;a) \\ k &= p(K;a) \end{aligned} \tag{3-11}$$

El principio de correspondencia requiere que, en el límite de pequeñas velocidades v (valores pequeños del parámetro del grupo $a \ll 1$ la ecuación para la transformación de x se convierta en la transformación galileana

$$x = X - vt \tag{3-12}$$

los límites de v pequeñas no son influenciados por la presencia de la anisotropía en la velocidad de la luz. Es evidente que no debe haber rastros de anisotropía de la luz en ese límite, los aspectos de la velocidad de la luz y su anisotropía son ajenas al marco de la cinemática galileana. La propiedad de grupo y la invariancia de la ecuación de propagación de la luz sugieren aplicar la técnica infinitesimal de Lie [35]. Se introducen las transformaciones infinitesimales correspondientes a (3-11), de la siguiente manera

$$\begin{aligned} x &\approx X + \xi\,(X,T,K)\,a \\ y &\approx Y + \eta\,(Y,Z,K)\,a \\ z &\approx Z + \zeta\,(Y,Z,K)\,a \\ t &\approx T + \tau\,(X,T,K)\,a \\ k &\approx K + a\chi(k) \end{aligned} \tag{3-13}$$

las ecuaciones (3-8) y (3-9) son usadas para derivar las ecuaciones determinantes de los generadores del grupo $\xi(X,T,K), \tau(X,T,K), \eta(Y,Z,K), \zeta(Y,Z,K)$ y $\chi(K)$. Los generadores infinitesimales del grupo pueden ser parcialmente especificados usando el principio de correspondencia. La ecuación (3-12) es usada para calcular el generador del grupo $\xi(K)$, como sigue

$$\begin{aligned} \xi = \left(\frac{\partial x}{\partial a}\right)_{a=0} = \left(\frac{\partial\left(X - v(a)T\right)}{\partial a}\right)_{a=0} &= -bT \\ b &= v^{'}(0) \end{aligned} \tag{3-14}$$

Se puede escoger $b = 1$ sin pérdida de generalidad ya que esta constante puede ser eliminada redefiniendo el parámetro del grupo. Entonces, el generador ξ está definido por

$$\xi = -T \tag{3-15}$$

Luego sustituyendo las transformaciones infinitesimales (3-13), con ξ definido por (3-15), en la ecuación (3-9) con la posterior linealización de **a** y usando la ecuación (3-8) para eliminar dT^2, da

$$\begin{aligned} \left[-Kc^2\tau_X + \left(1 - K^2\right)\left(K + c\tau_T\right) + \chi\left(K\right)cK\right]dX^2 \\ +c\left(c^2\tau_X + cK\tau_T + 1 + K^2 - \chi\left(K\right)c\right)dXdT \\ +\left(K + c\tau_T - c\eta_Y\right)dY^2 + \left(K + c\tau_T - c\zeta_Z\right)dZ^2 \\ -c\left(\eta_z + \zeta_Y\right)dYdZ = 0 \end{aligned} \tag{3-16}$$

Donde los subíndices denotan diferenciación con respecto a la correspondiente variable. En vista de la arbitrariedad de los diferenciales dX, dY, dZ y dT, la igualdad (3-16) es válida solo si los coeficientes de todos los monomios en (3-16) desaparecen lo que resulta en un sistema de ecuaciones determinantes para los generadores del grupo. Los generadores τ, η y ζ encontrados a partir de las ecuaciones determinantes dan como resultado

$$\begin{aligned} \tau = \frac{1 - K^2 - \chi\left(K\right)c}{c^2}X - \frac{2K}{c}T + c_2 \\ \eta = -\frac{K}{c}Y + \omega Z + c_3 \\ \zeta = -\frac{K}{c}Z - \omega Y + c_4 \end{aligned} \tag{3-17}$$

Donde c_2, c_3 y c_4 son constantes arbitrarias. Las restricciones comunes de un evento originado en el espacio-tiempo de ambos marcos se pueden imponer para hacer las c_2, c_3 y c_4 se desvanezcan. Además, se requiere que los planos (x,z) y (X,Z) coincidan en todo momento, lo que resulta en $\omega = 0$, esto excluye las rotaciones en el plano (y,z).

Transformaciones finitas se determinan resolviendo las ecuaciones de Lie que, después de redefinir el parámetro de grupo como $\hat{a} = \frac{a}{c}$ junto a $\hat{\chi} = \chi c$ omitiendo luego los circunflejos, toma la forma

$$\frac{\mathrm{d}k\left(a\right)}{\mathrm{d}a} = \chi\left(k\left(a\right)\right); \quad k\left(0\right) = K, \tag{3-18}$$

$$\frac{\mathrm{d}x\left(a\right)}{\mathrm{d}a} = -ct\left(a\right), \quad \frac{\mathrm{d}\left(ct\left(a\right)\right)}{\mathrm{d}a} = -\left(1 - k\left(a\right)^2 - \chi\left(k\left(a\right)\right)\right)x\left(a\right) - 2k\left(a\right)ct\left(a\right), \tag{3-19}$$

$$\frac{\mathrm{d}y\left(a\right)}{\mathrm{d}a} = -k\left(a\right)y\left(a\right), \quad \frac{\mathrm{d}z\left(a\right)}{\mathrm{d}a} = -k\left(a\right)z\left(a\right), \tag{3-20}$$

$$x\left(0\right) = X, \quad t\left(0\right) = T, \quad y\left(0\right) = Y, \quad z\left(0\right) = Z. \tag{3-21}$$

Debido a la arbitrariedad de $\chi\left(k\left(a\right)\right)$, la solución del sistema de ecuaciones (3-18), (3-19), (3-20) contienen una función arbitraria $k\left(a\right)$. Utilizando (3-18) para reemplazar $\chi\left(k\left(a\right)\right)$ en la segunda ecuación de (3-19) se obtienen soluciones de las ecuaciones (3-19) sujetas a las condiciones iniciales de (3-21) en la forma

$$x = R\left(X\left(cosh\, a + K sinh\, a\right) - cT sinh\, a\right), \tag{3-22}$$

$$ct = R\left[cT\left(cosh\, a - k\left(a\right)sinh\, a\right)\right] - X\left[\left(1 - Kk\left(a\right)sinh\, a\right) - \left(K - k\left(a\right)cosh\, a\right)\right] \tag{3-23}$$

Donde R está definido por

$$R = e^{\int_0^a k(\alpha)d\alpha} \tag{3-24}$$

Para completar la derivación de las transformaciones el parámetro del grupo está relacionado con la velocidad v usando la condición

$$x = 0 \ ; X = vT \tag{3-25}$$

Lo cual da

$$a = \frac{1}{2} ln \frac{1 + \beta - K\beta}{1 - \beta - K\beta}; \ \ \beta = \frac{v}{c} \tag{3-26}$$

Ahora sustituyendo (3-26) en (3-22) y (3-23) tenemos

$$\begin{gathered} x = \frac{R}{\sqrt{(1 - k\beta)^2 - \beta^2}} (X - cT\beta) \\ ct = \frac{R}{\sqrt{(1 - k\beta)^2 - \beta^2}} \left[cT (1 - K\beta - k\beta) - X \left(\left(1 - K^2\right) \beta + k - K\right)\right] \end{gathered} \tag{3-27}$$

Donde k es el valor de $k\,(a)$ calculado para a según la ecuación (3-26). Resolviendo las ecuaciónes (3-20) y usando la ecuación (3-26) en sus resultados da

$$y = RY \ \ z = RZ \tag{3-28}$$

Calculando el intervalo.

$$ds^2 = c^2 dt^2 - 2kcdtdx - \left(1 - k^2\right) dx^2 - dy^2 - dz^2 \tag{3-29}$$

Con las ecuaciones (3-27) y (3-28) obtenemos

$$ds^2 = R^2 dS^2, \ \ dS^2 = c^2 dT^2 - 2Kc\, dTdX - \left(1 - K^2\right) dX^2 - dY^2 - dZ^2 \tag{3-30}$$

En el caso de que exista la anisotropía la invariancia del intervalo es reemplazada por la invariancia conforme, con el factor conforme dependiente de la velocidad relativa de los marcos y el grado de anisotropía.

Considerando las transformaciones inversas del marco S' al marco S, se tiene que tomar en cuenta que en presencia de la anisotropía de la velocidad de la luz, se modifica el principio de reciprocidad [5], [32]. El razonamiento detrás de esto es que todas las velocidades son afectadas por la anisotropía de la velocidad de la luz, ya que las velocidades están determinadas por sus coincidencias en los relojes maestros y remotos, y estos últimos se alteran.

En la velocidad relativa v de S a S', v no es igual a la velocidad relativa v de S' a S. La relación de reciprocidad modificada se obtiene comúnmente usando argumentos cinemáticos; pero, en el marco de este análisis, sigue de la propiedad de grupo de las transformaciones $a_{-} = -a$ donde **a** es dado por la ecuación (3-26) y a_{-} también está definido por la ecuación (3-26) pero con β reemplazado por β_{-} y K reemplazado por k, como sigue

$$a_{-} = \frac{1}{2} ln \frac{1 - \beta_{-} + k\beta_{-}}{1 + \beta_{-} + k\beta_{-}}, \ \ \beta_{-} = \frac{v_{-}}{c} \tag{3-31}$$

Entonces la relación de reciprocidad es obtenida en la forma

$$\beta_{-} = \frac{\beta}{1 - (k + K)\,\beta} \tag{3-32}$$

Para derivar consecuencias de las transformaciones es necesario escribir las transformaciones inversas en términos de β no de β_{-}, como sigue

$$\begin{gathered} X = \frac{R^{-1}}{\sqrt{(1 - K\beta)^2 - \beta^2}} \left(x\left(1 - K\beta - k\beta\right) + ct\beta\right) \\ cT = \frac{R^{-1}}{\sqrt{(1 - K\beta)^2 - \beta^2}} \left(ct + x\left(\left(1 - K^2\right)\beta + K - k\right)\right) \end{gathered} \tag{3-33}$$

$$Y = R^{-1}y, \ Z = R^{-1}z \tag{3-34}$$

Las ecuaciones para las transformaciones de la velocidad son obtenidas de las ecuaciones (3-27) y (3-28)

$$u_x = \frac{c\,(U_x - c\beta)}{Q} \quad u_y = \frac{cU_yM}{Q} \quad u_z = \frac{cU_zM}{Q} \tag{3-35}$$

Con

$$Q = c\,(1 - K\beta) + U_x\left(K^2\beta - K - \beta\right) + K\,(U_x - c\beta)$$
$$M = \sqrt{(1 - K\beta)^2 - \beta^2}$$

Donde (U_x, U_y, U_z) y (u_x, u_y, u_z) son las componentes de la velocidad en los marcos de referencia S y S´, respectivamente.

3.5. Especificación de las transformaciones

En la derivación de las transformaciones de la sección anterior, los argumentos de que existe un marco preferencial en el que la velocidad de la luz es isotrópica y que la anisotropía en la velocidad unidireccional de la luz en un marco específico se debe a su movimiento respecto al marco preferencial no se han utilizado. En el marco de la derivación nada distingue el marco en el que $k = 0$ de otros marcos y las transformaciones desde, o hacía, ese marco forma parte de un grupo de transformaciones que son equivalentes entre sí. Por lo tanto, la teoría desarrollada es una contraparte de la cinemática de la TER estándar que incorpora la anisotropía en la propagación de la luz, con el parámetro de anisotropía que varía de marco a marco. Seguidamente, las transformaciones entre marcos inerciales derivadas en el apartado anterior se especifican sobre la base de que la anisotropía en la velocidad unidireccional de la luz en un marco es debido a su movimiento con respecto al marco preferencial.

Esto lleva a la conclusión de que el parámetro de anisotropía k en los marcos de referencia arbitrarios que se mueven con respecto al marco preferencial con velocidad $\bar{\beta} = \frac{\bar{v}}{c}$ debería estar dado por alguna función (universal) de esa velocidad, como sigue

$$k = F\left(\bar{\beta}\right) \tag{3-36}$$

Las ecuaciones (3-18) y (3-36) implican que $k = k\,(a\,(\beta, K)\,, K)$ lo cual está especificado por las transformaciones del marco preferencial al marco S escogiendo $K = 0$, $\beta = \bar{\beta}$. Cabe esperar que el tamaño de la anisotropía dependa de la velocidad relativa al marco preferencial, pero en el presente análisis no es una presunción sino una parte del contexto. A continuación, considérense tres marcos de referencia inerciales $\bar{S}$, S, S' Como en el análisis anterior, la configuración estándar, con los ejes y, z de los tres marcos paralelos y el movimiento relativo es a lo largo del eje común x (y a lo largo de la dirección del vector de anisotropía). Las coordenadas espaciales y de tiempo, y los parámetros de anisotropía, en los marcos $\bar{S}$, S, S' se denotan respectivamente como $\left\{\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, \bar{t}, \bar{k}\right\}, \{X, Y, Z, T, K\}$ y $\{x, y, z, t, k\}$.

El marco S' se mueve en relación con S con velocidad v y las velocidades de los marcos S y S' con respecto a $\bar{S}$ son respectivamente v_1 y v_2. Una relación entre v_1, v_2 y v se puede obtener a partir de la ecuación que expresa una propiedad de grupo de las transformaciones, como sigue

$$a_2 = a_1 + a \tag{3-37}$$

Donde a_2, a_1 y a son los parámetros correspondientes a las transformaciones de $\bar{S}$ a S', de $\bar{S}$ a S y de S a S' respectivamente. Estos valores son expresados a través de las velocidades y los parámetros de anisotropía por la ecuación (3-26) la cual se puede sustituir en (3-37). Tomando $\bar{S}$ como el marco preferencial, luego $\bar{k} = 0$ y de acuerdo a (3-36) para los marcos S y S' tenemos

$$K = F\left(\bar{\beta}_1\right), \quad k = F\left(\bar{\beta}_2\right) \tag{3-38}$$

Asi,

$$f(k) = \frac{f(K) + \beta\left(1 - K f(K)\right)}{1 + \beta\left(-K + f(K)\right)} \tag{3-39}$$

Si la función f(k) es conocida, la ecuación (3-39) que implícitamente define el parámetro de anisotropía k en el marco S', como una función del parámetro de anisotropía en el marco S y la velocidad relativa v, da una ecuación para el parámetro de anisotropía k. Esto podría especificar las transformaciones (3-27) y (3-28) sustituyendo ese valor de k en la ecuación de transformación para t y calculando el factor de escala R usando esa ecuación para β expresada como una función del parámetro del grupo a de la ecuación (3-26). En aproximación hasta tercer orden en $\bar{\beta}$, como consecuencia de $F\left(\bar{\beta}\right) = -F\left(-\bar{\beta}\right)$, la dependencia del parámetro de anisotropía con la velocidad con respecto al marco preferencial se puede aproximar por

$$k = F\left(\bar{\beta}\right) \approx q\beta, \quad \bar{\beta} = f\left(k\right) \approx \frac{k}{q} \tag{3-40}$$

Introduciendo la ecuación (3-40) en (3-39)

$$k = \frac{\left[K + \beta\left[q - K^2\right]\right] q}{q + \beta K\left(1 - q\right)} \tag{3-41}$$

De la ecuación (3-26) se puede obtener β en términos del parámetro del grupo a

$$\beta = \frac{senh\ a}{Ksenh\ a + cosh\ a} \tag{3-42}$$

Reemplazando (3-42) en (3-41)

$$k = \frac{q\left(Kcosh\ a + qsenh\ a\right)}{Ksenh\ a + qcosh\ a} \tag{3-43}$$

Entonces usando (3-43) en (3-24), con (3-26) sustituido en el resultado da,

$$R = \left\{\frac{q^2\left[1 + \beta\left(1 - K\right)\right]\left[1 - \beta\left(1 + K\right)\right]}{\left[q + \beta K\left(1 - q\right)\right]^2}\right\}^{\frac{q}{2}} \tag{3-44}$$

Entonces, después de la especificación las transformaciones entre marcos inerciales incorporando anisotropía en la propagación de la velocidad de la luz están definidas por las ecuaciones (3-27), (3-28) con k dado por (3-44), se puede comprobar que las transformaciones especificadas satisfacen el principio de correspondencia. Todas las ecuaciones contienen solamente un parámetro no definido, una constante universal q. Se aclara que, aunque la especificación está en la ecuación aproximada (3-40), las transformaciones con k y R definidas por (3-41) y (3-44) no son aproximadas y ellas poseen la propiedad de grupo.

Las transformaciones (3-27) y (3-28) forman un grupo, aun con $k\left(K, \beta\right)$ indefinida hacen que las transformaciones de k obedezcan la propiedad de grupo. Las transformaciones de k satisfacen la propiedad de grupo con cualquier forma de la función $f\left(\beta\right)$ y en particular por la definida por (3-40).

3.6. Dilatación del tiempo

Considere un reloj C' colocado en reposo en S' en un punto en el eje x con la coordenada $x = x_1$. Cuando el reloj registra los tiempos $t = t_1$ y $t = t_2$ el reloj en S por el que pasa el reloj C' en esos momentos registrará tiempos T_1 y T_2 dados por las transformaciones (3-33) donde es evidente tomar $x_2 = x_1$. Restando las dos relaciones obtenemos la dilatación del tiempo

$$\Delta T = \frac{R^{-1}}{\sqrt{(1 - K\beta)^2 - \beta^2}} \Delta t \tag{3-45}$$

Si el reloj estuviera en reposo en el marco S, la relación de dilatación del tiempo sería

$$\Delta t = \frac{R}{\sqrt{(1 - K\beta)^2 - \beta^2}} \Delta T \tag{3-46}$$

Con β definido por (3-33).

3.7. La temperatura efectiva del CMB

Se pueden aplicar las ecuaciones de la relatividad especial anisotrópica desarrolladas anteriormente para describir los efectos causados por el movimiento de un observador (el movimiento peculiar de nuestra galaxia) con respecto al marco CMB. Es más consistente que usar ecuaciones de la relatividad especial estándar en ese contexto, el marco de la relatividad estándar entra en contradicción con la existencia de un marco preferencial, mientras que la relatividad especial anisotrópica naturalmente combina el concepto de marco preferencial con los principios de la relatividad especial. Se elige el marco S como el marco preferencial y el marco S' es el marco de un observador que se mueve con respecto al marco preferencial. Entonces las transformaciones de coordenadas entre el marco preferencial S y el marco S' del observador en movimiento, se obtienen estableciendo $K = 0$ en las ecuaciones(3-27), (3-28),(3-41) y (3-44) que dan

$$x = (X - cT\beta)\left(1 - \beta^2\right)^{\frac{q-1}{2}} \qquad y = Y\left(1 - \beta^2\right)^{\frac{q}{2}} \qquad z = Z\left(1 - \beta^2\right)^{\frac{q}{2}}$$
$$ct = \left(cT\left(1 - q\beta^2\right) - Z\beta\left(1 - q\right)\right)\left(1 - \beta^2\right)^{\frac{q-1}{2}} \tag{3-47}$$

Donde q es una constante universal.

$$T(\theta) = T_0 \frac{\left(1-\beta^2\right)^{\frac{1}{2}-\frac{q}{2}}}{1-\beta cos\theta} \tag{3-48}$$

T_0 es la temperatura efectiva medida por el observador que esta en reposo y $T(\theta)$ es la temperatura efectiva para el observador en movimiento. Indica que la distribución angular de la temperatura del CMB vista por el observador que se mueve con respecto al CMB no se verá alterada por la anisotropía de la velocidad de la luz.

3.8. Observaciones finales

Incorporar la existencia de un marco de referencia preferencial en el contexto de la relatividad especial, no suprime los principios básicos de la relatividad especial, simplemente utiliza la libertad para aplicar esos principios. Un grado de anisotropía en la velocidad unidireccional de la luz, que comúnmente es considerado como irreductiblemente convencional, adquiere el significado de una característica de la anisotropía realmente existente causada por el movimiento de un marco inercial en relación con el marco preferencial. En ese contexto, el hecho de que exista el ineludible entrelazamiento entre la sincronización del reloj remoto y la velocidad unidireccional de la luz (si la sincronización se realiza mediante señales luminosas), no implica convencionalidad de la velocidad unidireccional, pero significa que, en el procedimiento de sincronización, se utiliza la velocidad unidireccional determinada por el tamaño de la anisotropía.

El análisis arroja ecuaciones que difieren de las de la relatividad estándar, las desviaciones dependen del valor de una constante universal q donde $q = 0$ corresponde a la teoría de la relatividad estándar con la velocidad isotrópica unidireccional de luz en todos los marcos, los efectos medibles que se derivan de las ecuaciones teóricas se puede utilizar para proporcionar estimaciones de q y validar la teoría. Aplicar la teoría al problema del cálculo de la distribución de la temperatura del CMB es conceptualmente atractiva ya que elimina la inconsistencia del enfoque habitual usando la TER estándar, en la que un marco preferencial no está permitido, se aplican para definir los efectos causados por el movimiento con respecto al marco preferencial. Vale la pena señalar que a pesar de que se encontró que la constante q es muy pequeña, lo que significaría que aplicando la presente teoría arroja resultados prácticamente idénticos a los de la TER estándar, esto no reduciría la importancia del marco actual que reconcilia los principios de la relatividad especial con la existencia de los privilegiados marcos del CMB.

Esto justificaría la aplicación de la TER estándar en esa situación; Vale la pena, al final de la discusión volver al tan debatido cuestionamiento de la convencionalidad de la simultaneidad y relatividad de la simultaneidad en relatividad especial y discutir el enfoque y los resultados de la presente visión a la luz de los debates. En primer lugar, una diferencia importante entre motivaciones de los análisis dedicados a esos temas y el enfoque del presente estudio debe ser aclarado y enfatizado nuevamente. El concepto de anisotropía de la propagación de la luz siempre se discute en la literatura en relación con el concepto de sincronización remota de relojes. La consideración de diferentes procedimientos de sincronización, como regla, tiene como objetivo obtener las transformaciones que poseen algunas propiedades específicas. Por ejemplo, en la obra de Tangherlini [36], un método especial de sincronizar dos relojes es proponer un marco inercial para lograr una sincronización universal, tal que los relojes separados espacialmente permanezcan sincronizados entre sí estableciendo así la hora común del sistema móvil.

En [32], ¿se logra mediante el uso de relojes sincronizados con señales absolutas ?, es decir, señales que viajan con velocidad infinita o arbitrariamente grande. Usando estas señales, se llega a la visión de un marco de reposo absoluto (o marco de éter), en el que la velocidad de la luz es la misma en todas las direcciones, pero para los observadores en movimiento en relación con este marco la velocidad de la luz no es la misma en todas las direcciones.

Otro método de sincronización de relojes separados espacialmente, lo que conduce a las mismas transformaciones que Tangherlini obtuvo en [36], es el llamado "sincronización externa". La sincronización externa se basa en el supuesto de que hay un marco inercial preferencial (reposo") en el que la velocidad unidireccional de la luz en el vacío es c en todas las direcciones. Los relojes del resto de sistemas, S, se sincronizan mediante el procedimiento de Einstein con señales de luz. Luego, en cualquier marco inercial en movimiento S', el tiempo común se puede establecer utilizando estos relojes ya sincronizados del marco inercial de reposo.

Se puede hacer simplemente un ajuste a cero de los relojes en marcos inerciales en movimiento durante esos momentos de tiempo cuando encuentran en el espacio un reloj en reposo que también marca cero. Aplicando cualquiera de los dos métodos de sincronización descritos anteriormente, junto con el postulado de la constancia bidireccional de la velocidad de la luz, produce las transformaciones

$$x^{'} = y\,(x - vt) \qquad t^{'} = \frac{t}{y} \qquad y = (1-\beta)^{\frac{1}{2}} \tag{3-49}$$

Donde (x,t) y (x',t') son las coordenadas espacio-temporales de un evento en el marco de reposo S y en un marco en movimiento S', respectivamente y v es la velocidad de S' con respecto a S. Entonces usando el método de sincronización, que es diferente del método de señales de luz, da las ecuaciones (3-50) las cuales dan sincronización absoluta. Ellas también exhiben no invariancia unidireccional en la velocidad de la luz, así que, en esta aproximación, la anisotropía en la velocidad de la luz en un marco inercial en movimiento es un comportamiento que emerge debido al procedimiento de sincronización utilizado para mantener la simultaneidad incambiable en todos los marcos de referencia. La principal diferencia del presente análisis con los de la literatura sobre el problema de la sincronización es que, en el presente análisis, la velocidad unidireccional de luz en un marco inercial es un problema principal y su anisotropía se rige enteramente por una ley física (3-36) o su versión aproximada (3-40). Si se identifica un marco de referencia preferencial, entonces la ley (3-36) define inequívocamente el tamaño de la anisotropía.

Tener en cuenta que no hay ambigüedad en la determinación de la velocidad $\bar{\beta}$ ya que es medida en un marco preferencial donde la velocidad unidireccional de la luz es c en todas direcciones. Al mismo tiempo, el principio de relatividad no se viola ya que las transformaciones del parámetro de anisotropía k de un marco inercial a otro posee una propiedad de grupo y, a este respecto, transformaciones de hacía, o desde, el marco preferencial con $k = 0$ no se distingue de otros miembros del grupo de transformaciones.

Especificando la función $F(\beta)$ (o función inversa f(k) es equivalente a especificar el generador de grupo para la variable k. En tal marco, la sincronización es un problema concomitante si los relojes remotos se configuran mediante señales luminosas. En particular, dado que las transformaciones (3-27) se derivan sobre la base de la invariancia de la ecuación de propagación anisotrópica de la luz, corresponden al procedimiento de sincronización. Lo mismo es válido si es otro método de sincronización, por ejemplo la “sincronización externa” se utiliza. Cambiar el método de sincronización da como resultado un cambio de la forma de las transformaciones para el tiempo y variables espaciales lo que equivale a un cambio de coordenadas. Las transformaciones de Lorentz

$$x_l^{'} = \gamma \left(x - vt\right) \qquad t_l^{'} = \left(t - \frac{vx}{c^2}\right) \tag{3-50}$$

Pueden ser obtenida de la transformación de Tangherlini [36] por el cambio de coordenadas

$$t_l^{'} = t^{'} - \frac{vx^{'}}{c^2} \tag{3-51}$$

Donde $t^{'}$ y $x^{'}$ están definidos por (3-49). Sustituyendo (3-51), se obtienen las transformaciones de Lorentz. Lo mismo se puede hacer para las transformaciones (3-27) obtenidas en la presente revisión. En el caso de las transformaciones de un marco preferencial con el parámetro de anisotropía $K = 0$ a un marco arbitrario con el parámetro de anisotropía k, las transformaciones (3-27) toman la forma

$$x = \gamma R \left(X - cTv\right) \qquad ct = \gamma R \left[cT\left(1 - k\beta\right)\right] \qquad \gamma = \left(1 - \beta^2\right)^{-\frac{1}{2}} \tag{3-52}$$

R es el factor de escala definido por (3-24) (en aras de la claridad, no se usa la ley (3-40) en estos cálculos). Las transformaciones que exhiben simultaneidad absoluta, una contraparte de las transformaciones de Tangherlini, son

$$x^T = \gamma R \left(X - cTv\right) \qquad ct^T = R\frac{cT}{\gamma} \tag{3-53}$$

El cambio de variables convirtiendo (3-53) a (3-52) es

$$ct = ct^T - \left(\beta - k\right) x^T \tag{3-54}$$

Se verifica fácilmente que sustituyendo (3-53) en (3-54) se obtiene (3-52). Por lo tanto, cualquier evento que puede ser descrito por las transformaciones (3-52) puede ser descrito también por las transformaciones con simultaneidad absoluta (3-53). Descripciones que utilizan relojes configurados como en (3-52) y los relojes ajustados como en (3-53) son equivalentes en el sentido de que describen la misma realidad, que es independiente de las coordenadas elegidas.

Para concluir las observaciones, el presente análisis, que combina los principios básicos de la relatividad especial con la existencia de un marco preferencial, se aparta de la amplia literatura dedicada a la convencionalidad de la simultaneidad, relatividad de la simultaneidad y cuestiones de sincronización. En el presente análisis, la anisotropía de la velocidad unidireccional de la luz en un marco inercial está gobernada por una ley física que no se ve influenciada por el cambio del procedimiento de sincronización. La sincronización surge como un tema complementario necesario para definir transformaciones de las coordenadas espacio-temporales, pero los efectos físicos no cambian por la forma en que se han ajustado los relojes.

4. Comparación TER estándar y TER no estándar

4.1. Introducción

El análisis de la TER no estándar o TER Anisotrópica en el presente estudio comparativo con la TER estándar, muestra que esta extensión de la TER estándar es consistente con ella. La TER anisotrópica, basada en el marco de referencia preferencial del CMB, preserva la simetría de Lorentz y se recuperan las transformaciones de Lorentz cuando el parámetro de anisotropía se toma igual a cero ($k = 0$).

El descubrimiento del CMB, ha demostrado que cosmológicamente existe este sistema de referencia preferencial. Algunas de las teorías modernas sugieren una violación de la relatividad especial, dando como resultado un renovado interés en las sensibles pruebas experimentales de la TER estándar. Para describir las pruebas de los principios básicos que subyacen a una teoría y para expresar cuantitativamente el grado de acuerdo entre los experimentos y estos principios, se requiere una teoría que no permita violaciones de estos principios.

Al ser la invariancia de Lorentz el componente base de la TER estándar, invariancia que sustenta gran parte la física moderna, la cual se extiende en el presente trabajo para el estudio del CMB como marco de referencia preferencial.

Gran parte de las teorías de prueba abandonan la estructura de grupo de las transformaciones Espacio-temporales. Pero en este estudio se preservan y se muestra que en el caso $k = 0$ se recuperan las transformaciones de Lorentz, en cuanto al marco de referencia del CMB se incorpora al análisis como un marco de referencia más conservando el principio de equivalencia tal y como lo expreso Einstein en su contribución pionera.

4.1.1. Análisis de los Postulados TER estándar y principios básicos de la TER no estándar

4.1.2. TER estándar

1. Las leyes de la física son mismas para todos los sistemas inerciales.
2. La velocidad de propagación de la luz es la misma para todos los observadores inerciales.

El primer postulado establece la imposibilidad de que en algún experimento se pueda determinar si un observador inercial se encuentra en reposo o movimiento rectilíneo uniforme. Dos observadores inerciales en movimiento relativo entre si deberán tener la misma física, razón por lo cual las leyes de la física deben ser las mismas para los dos observadores. Esto establece la invariancia de las leyes de la de Física ante las transformaciones de Lorentz.

El segundo postulado se basa en dos partes: la primera en resultados teóricos y la segunda en resultados experimentales. Dado que el experimento de Michelson-Morley determinó la velocidad de la tierra con respecto al supuesto éter, que es la misma aplicando el principio de ida y retorno de la luz. Mientras que la teoría electromagnética de Maxwell expresa que la existencia de ondas electromagnéticas(luz) cuya velocidad c es la misma para los observadores inerciales.

4.1.3. TER no estándar

1. Transformaciones Espacio-Temporales entre marcos de referencia inerciales con velocidad de propagación de la luz anisotrópica e invariante.
2. Un conjunto de transformaciones espacio-temporales que posee estructura de grupo.

En esta nueva teoría además se cumplen otros requisitos que se toman en cuenta en el desarrollo de la TER estándar como; asociatividad, reciprocidad, etcétera. Estos se satisfacen con el requisito de que las transformaciones entre los marcos forman un grupo. Demuestran que las transformaciones entre marcos se derivan de la misma manera que en la TER estándar. Teniendo en cuenta la Invariancia de propagación de la luz, propiedad de grupo y el principio de correspondencia. Siendo desarrollada para la TER estándar sin presencia de anisotropía con las que se obtienen las Transformaciones de Lorentz y para la No estándar en presencia de anisotropía las ϵ Transformaciones de Lorentz.

El hecho de que la unidireccionalidad en la velocidad de la luz sea una cantidad física determinada por la velocidad del marco inercial en relación con un marco preferencial, no viola el principio de universalidad de propagación de la luz, esto demuestra la consistencia entre el postulado la TER estándar acerca de la invariancia. Además, cuando el marco con el parámetro de anisotropía k=0 no se diferencia de otros marcos y como se menciona anteriormente, las transformaciones espacio-temporales de estos marcos son equivalentes entre sí. De esta manera, como la nueva teoría se basa en los principios básicos de la TER estándar indica que no se viola la invariancia de Lorentz ni la invariancia relativista.

Cuando se introduce anisotropía en la propagación de la velocidad de la luz en la TER no estándar, se refiere al concepto de simultaneidad. Basada en los puntos espaciales distantes de un marco inercial definido por la sincronización de un reloj que usa señales luminosas. De la ecuación (3-1) se hace el parámetro $k_c = 0$.

$$\begin{aligned} t &= t_0 + \frac{1+k_c}{2}\left(t_R - t_0\right) \\ t &= t_0 + \frac{t_R - t_0}{2} \\ t &= \frac{t_R + t_0}{2} \end{aligned} \tag{4-1}$$

Haciendo $t^{'} = \frac{t_R+t_0}{2}$ se obtiene

$$t = t^{'} \tag{4-2}$$

Que da la Sincronización estándar de la TER estándar.

Además, cuando se utilizan las transformaciones espacio-temporales se obtiene la distribución de temperatura del CMB con una relación en la que la dependencia angular coindice con la de la TER estándar. Esta aproximación de la temperatura media se corrige con los términos de segundo orden del observador. La unidireccionalidad de la velocidad de la luz en un marco inercial especifico es una cantidad determinada por una ley física en la cual el parámetro de anisotropía k_c depende del marco de referencia con respecto al marco preferencial.

La sincronización remota y la unidireccionalidad en la velocidad de la luz para el caso de los relojes que usan señales luminosas implican que el procedimiento de sincronización se implementa utilizando la unidireccionalidad en la velocidad de la luz determinada por esa ley. Aunque, si usamos otro método de sincronización, solo cambiara la forma de las transformaciones para las variables espacio-temporales, pero la unidireccionalidad de la velocidad de propagación de la luz no se altera cambiando el método de sincronización.

$$t = t_0 + \frac{1}{2}\left(t_R - t_0\right) \tag{4-3}$$

$$t = t_0 + \frac{1 + k_c}{2}\left(t_R - t_0\right) \tag{4-4}$$

En análisis a estas sincronizaciones se puede observar que, en la sincronización no estándar la velocidad de retorno es mayor que la velocidad de la luz en el espacio libre de la TER estándar.

Es la invariancia de la velocidad de la luz la que incorpora la anisotropía unidireccional en ella y esta se basa en la ley de variación de la velocidad con dirección consistente con el principio de ida y retorno de la luz especificado en la ecuación (3-4).

$$V = \frac{c}{1 + \vec{k}_c.\hat{n}} = \frac{c}{1 + k_c cos\theta_k} \tag{4-5}$$

Se toma la ecuación de propagación de la luz sin presencia y con presencia de anisotropía para encontrar las transformaciones espacio temporales de dichas teorías.

$$ds^2 = c^2dt^2 - 2kcdtdx - (1 - k^2)dx^2 - dy^2 - dz^2 = 0 \tag{4-6}$$

Cuando se toma $k = 0$ en la ecuación (4-6) se obtiene:

$$ds^2 = c^2dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 = 0 \tag{4-7}$$

La ecuación (4-7) es el elemento de longitud de la TER estándar y ecuación de propagación de la luz sin presencia de anisotropía.

De la misma manera cuando se hace $k_c = 0$ en la ecuación (4-5) se recupera la sincronización de Einstein de la explicitada por la ecuación (3-2); es decir

$$V_{\pm} = c \tag{4-8}$$

Igual que en la TER estándar existe la condición de que las transformaciones entre los marcos inerciales forman una estructura de grupo y cumplen con el principio de correspondencia en su desarrollo, es similar para cuando existe o no anisotropía en la ecuación de propagación de la luz. Ambos procedimientos al definir la formulación basada en la invariancia y la propiedad de grupo hacen uso del aparato de la teoría de grupos de Lie para definir las transformaciones espacio temporales entre los marcos inerciales. Estas transformaciones se obtienen de la misma manera en ambas teorías.

1. La condición de invariancia infinitesimal se aplica a la ecuación de propagación de la luz, originando ecuaciones esenciales para el grupo infinitesimal de generadores.

2. Se resuelven las ecuaciones esenciales para definir el grupo de generadores y se aplica el principio de correspondencia para especificar las soluciones.

3. Una vez definidos los generadores del grupo, se determinan las transformaciones finitas como soluciones de las ecuaciones de Lie.

4. El parámetro de grupo está relacionado con los parámetros físicos que utilizan algunas condiciones.

5. Finalmente, el argumento conceptual de que el tamaño de la anisotropía de la unidireccionalidad en la velocidad de la luz en un marco de referencia depende de su velocidad relativa respecto al marco de referencia preferencial, se utiliza para especificar los resultados y colocarlos en el contexto de la relatividad especial con un marco preferencial.

Los pasos (1-4) nos llevan directamente a las transformaciones de Lorentz. Se usan de igual manera en la TER estándar como en la no estándar, el paso 5 se aplica únicamente para la no estándar, lo cual implica un desarrollo más extenso y nuevas variables para su análisis.

Como existen grupos de transformaciones entre marcos inerciales, que dejan invariancia en forma y que agregan la ley de anisotropía, esto hace que el parámetro de anisotropía k cambie de marco a marco, indicando que es muy posible que exista un marco de referencia preferencial donde la velocidad de la luz es isotrópica. Como se explicó anteriormente la derivación de estas transformaciones se hacen desde las transformaciones de Lorentz estándar, usando los pasos (1-5), estas generan las nuevas transformaciones llamadas ϵ-Transformaciones de Lorentz.

Usando el procedimiento anterior, se determinan las nuevas transformaciones que se denominaron ϵ Transformaciones de Lorentz, que cumplen con todos los requisitos de invariancia de la ecuación de propagación de la luz, propiedad de grupo y principio de correspondencia.

$$x = \frac{R}{\sqrt{(1-k\beta)^2 - \beta^2}} (X - cT\beta)$$

$$ct = \frac{R}{\sqrt{(1-k\beta)^2 - \beta^2}} \left[cT\left(1 - K\beta - k\beta\right) - X\left(\left(1 - K^2\right)\beta + k - K\right)\right]$$

$$y = RY, \qquad z = RZ \tag{4-9}$$

Donde R está definido por

$$R = e^{\int_0^a k(\alpha)d\alpha} \tag{4-10}$$

Nuevamente, cuando el factor de anisotropia k es cero. Se obtienen las transformaciones de Lorentz de la TER estándar.

$$x = \frac{X - \left(\frac{v}{c}\right)cT}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \qquad ct = \frac{cT - \left(\frac{v}{c}\right)X}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad y = Y, \quad z = Z \tag{4-11}$$

Otra manera de validar la teoría y que sea consistente con su contraparte es aplicar las transformaciones obtenidas en la Sincronización de la TER No estándar a la sincronización estándar y obtener nuevamente las Transformaciones de Lorentz. El resultado es el esperado ya que la derivación se basa en el supuesto de que, en el caso de k = 0 (sincronización estándar), las relaciones con la teoría de la relatividad especial son válidas.

4.1.4. Consecuencias de tener un marco de referencia preferencial

Como se explicó en el estudio de la TER estándar, sus ecuaciones no comparten el hecho de que el marco preferencial de CMB sea diferente a otros marcos inerciales. Esto implica que haya consecuencias cosmológicas para el desarrollo de nuevas teorías de prueba [4], que denominamos "TER no estándar".

Entonces, al aplicar las nuevas ecuaciones de la TER no estándar para describir los efectos causados por un movimiento de observación (que es el movimiento constante de nuestra galaxia con respecto al marco preferencial del CMB) surgen nuevas ecuaciones que son consistentes con la TER estándar y nuevas constantes universales que buscan explicar los experimentos aun no desarrollados. La consecuencia principal de la teoría es darle significado a la anisotropía real que causa el movimiento de un marco inercial en relación con el marco preferencial, siendo este denominando como k y al incorporarse la anisotropía de la velocidad unidireccional de la luz en el marco que se basa en el principio de la relatividad y el principio de constancia de la velocidad bidireccional de la luz produce ecuaciones que difieren de las de la TER estándar. Estas desviaciones dependen del valor de una constante que surge en la derivación de las transformaciones llamada q, que cuando se hace cero nos lleva a la teoría de Einstein con la velocidad unidireccional isotrópica de la luz y sincronización de Einstein en todos los marcos. Otra consecuencia es que se debe desarrollar la nueva teoría de la TER no estándar a partir del hecho de que se debe agregar el factor de anisotropía a las ecuaciones de la TER estándar para así derivar las nuevas transformaciones.

$$k = F\left(\bar{\beta}\right) \approx q\beta, \quad \bar{\beta} = f\left(k\right) \approx \frac{k}{q} \tag{4-12}$$

La constante q tiene un significado físico que está definido del coeficiente en la ecuación (3-40), esta define la dependencia del parámetro k de anisotropía de la velocidad unidireccional de la luz en un marco particular en la velocidad del marco con respecto a un marco preferido. sin embargo, una medición directa de la constante no es posible actualmente.

4.1.5. Parámetro de Anisotropía K

En la TER no estándar, se toma como argumento principal que la anisotropía de la velocidad unidireccional de la luz en un marco inercial particular se debe a su movimiento relativo al marco preferencial. Entonces, se debe agregar la anisotropía a la ecuación de propagación de la luz y además conservar su estructura de grupo. El parámetro de anisotropía k se convierte en una variable que siempre está presente en las nuevas transformaciones, mientras que el marco del CMB define la propagación de la luz isotrópica. La anisotropía k es una cuestión de la velocidad unidireccional de la luz y está relacionado con la simultaneidad y sincronización de relojes. Basada en el principio de ida y vuelta de la propagación de la velocidad de la luz y de acuerdo a este hecho experimental, si la velocidad de la luz se permite anisotrópica esta dependerá de la dirección de propagación, tal como está en la siguiente ecuación

$$v = \frac{c}{1+kn} = \frac{c}{1+kcos\theta} \tag{4-13}$$

El factor de anisotropía participa siempre en las nuevas transformaciones, de hecho, al hablar del principio de correspondencia este define que la TER estándar a bajas velocidades se convierte en la teoría de Galileo y en el caso con anisotropía k=0 de las transformaciones obtenidas en la nueva teoría cumplen su validez con la TER estándar.

$$x = \frac{X - cT\beta}{\sqrt{(1-k\beta)^2 - \beta^2}} \quad ct = \frac{cT\,(1-2k\beta) - X\,(1-k^2)\,\beta}{\sqrt{(1-k\beta)^2 - \beta^2}} \quad \beta = \frac{v}{c} \tag{4-14}$$

La ecuación (4-14) indica que el espacio y tiempo se coordinan para un sistema de marcos S y S' con la configuración estándar basado en su movimiento relativo en x y manteniendo y y z paralelos al movimiento, esto implica directamente que los relojes para estos dos marcos están sincronizados de acuerdo con el grado de anisotropía k.

Las nuevas transformaciones que surgen de la TER no estándar dejan el intervalo entre dos eventos invariable y se aplica en este caso a la ecuación anisotrópica unidireccional de la velocidad de la luz y satisface la ecuación (4-13) para $k \neq 0$ y hace que sean matemáticamente aceptables. Se deduce que, en algún caso para un sistema anisotrópico, debe existir un valor privilegiado para el valor de anisotropía k que es seleccionado por el tamaño de la anisotropía.

En este desarrollo se tuvo en cuenta para el parámetro de anisotropía k dos casos particulares. El primer caso dice que el tamaño de la anisotropía no depende del movimiento del observador y, por lo tanto, es el mismo en todos los marcos inerciales. El segundo caso indica que la anisotropía se debe al movimiento del observador con respecto a un marco preferencial y, por lo tanto, el tamaño de la anisotropía varia de marco a marco. El único caso que es relevante para el desarrollo de la TER no estándar es el segundo caso que se basa en la anisotropía generada por el marco inercial con respecto al CMB.

5. Conclusiones

Se compararon dos teorías, TER estándar y TER no estándar. Entre ellas se desarrolló un estudio exploratorio. Inicialmente, se describió a fondo la Teoría especial de la relatividad estándar en cada uno de sus postulados, ecuaciones, transformaciones de Lorentz, dilatación del tiempo y contracción de la longitud. En la TER no estándar, que se basa en la existencia de un marco de referencia preferencial CMB se analizó la teoría desde la anisotropía en la propagación de la velocidad de la luz hasta las nuevas transformaciones entre marcos inerciales con la variación del parámetro de anisotropía k, especificación de las nuevas transformaciones y se redefine el método de sincronización de relojes en la TER no estándar.

Se comprobó que el método de sincronización de la TER no estándar coincide con la sincronización de Einstein de la TER estándar cuando $= 0$.

Se introdujeron las ecuaciones para la anisotropía en la velocidad de propagación de la luz mostrando que el valor medio de la velocidad de propagación de la luz siempre es c.

En el desarrollo de la TER no estándar se conservó que la universalidad en la bidireccionalidad de la velocidad de propagación de la luz conserva una estructura de grupo como en la TER estándar y también se mantienen las transformaciones de Lorentz cuando en las ϵ transformaciones de Lorentz el parámetro de anisotropía se hace cero, esto mismo sucede para el caso de que $k = 0$ la sincronización de relojes de Einstein se mantiene.

Como principal hallazgo se encuentra que ambas teorías son consistentes entre si y que la simetría de Lorentz se preserva incorporando a la TER estándar el marco de referencia del CMB como un marco de referencia equivalente y no preferencial.

Al resultado de que la TER no estándar no viola los principios de su contraparte, podemos decir que el marco de referencia CMB no es un marco preferencial, este hecho esta de acuerdo con la observación de Einstein de no hacer referencia al sistema de referencia del éter y tomar como postulado central la invariancia en la velocidad de propagación de la luz para todos los observadores inerciales. Sin embargo, este marco del CMB es tomado como referencia para el desarrollo de la teoría anisotrópica.

El tema tratado en esta investigación esta casi cerrado, por lo que no se encontró bibliografía reciente y esto comprueba los resultados obtenidos.

A. Ecuación de Propagación de la luz

Para desarrollarse un sistema anisotrópico, se debe partir desde los principios de la TER Estándar. En su construcción se define la invariancia de la ecuación de la luz que incluye la anisotropía unidireccional de ella con la variación de la velocidad con dirección consistente con el experimento del principio de ida y vuelta de la luz especificado en la ecuación (3-6).

Partiendo de la ecuación (2-39) que es invariante ante las transformaciones de Lorentz y aplicando la ley (3-6). se obtiene la nueva ecuación anisotrópica de la propagación de la luz con un cambio de coordenadas.

Usando coordenadas esféricas o:

$$
\begin{aligned}
x &= rcos\theta \\
y &= rsin\theta sin\phi \\
z &= rsin\theta cos\theta
\end{aligned}
\tag{A-1}
$$

Se define que k está dirigido a lo largo del eje x, por lo tanto, el ángulo θ_k de (3-6) coincide con el ángulo polar θ, de este modo la ley de variación de la velocidad de la luz en el espacio se convierte a (3-6) en

$$v = \frac{c}{1 + kcos\theta} \tag{A-2}$$

Para derivar la ecuación (A-2) partimos de

$$g_{ik}dx^i dx^k = 0 \tag{A-3}$$

Con i y k corriendo de 0 a 3, se obtiene que

$$
\begin{aligned}
g_{00} &> 0 \\
x^0 &= ct \\
x^1 &= x \\
x^2 &= y \\
x^3 &= z
\end{aligned}
\tag{A-4}
$$

Para definir g_{ik} tal que (A-3) corresponda a la ley (A-2) se usa la expresión de la velocidad de la luz y se define con

$$
\begin{aligned}
v^\alpha &= \frac{dx^a}{dt} = v_n^\alpha \\
v_n^\alpha &= \frac{c\sqrt{g_{00}}}{1+\gamma_\mu n^\mu} \\
\gamma_\mu &= -\frac{g_{\mu 0}}{\sqrt{g_{00}}}
\end{aligned}
\tag{A-5}
$$

μ va desde 1 a 3, mientras que i y k van desde 0 a 3, aplicamos la siguiente relación

$$
\begin{aligned}
\gamma_\mu n^\mu n^\nu &= 1 \\
\gamma_{\mu\nu} &= -g_{\mu\nu} + \gamma_\mu \gamma_\nu
\end{aligned}
\tag{A-6}
$$

Aplicando la simetría del problema se obtiene que

$$
\begin{aligned}
g_{20} = g_{30} = 0, &\quad g_{22} = g_{33} = -1 \\
\gamma_2 = \gamma_3 = 0, &\quad \gamma_{22} = \gamma_{33} = 1
\end{aligned}
\tag{A-7}
$$

Ahora, deduciendo de las ecuaciones (A-5), (A-6) y (A-7) obtenemos

$$
\begin{aligned}
g_{00} = 1, &\quad -g_{10}n^1 = kcos\theta \\
\left(-g_{11} + g_{10}^2\right)\left(n^1\right)^2 + \left(n^2\right)^2 &+ \left(n^3\right)^2 = 1
\end{aligned}
\tag{A-8}
$$

Definiendo,($n^1 = cos\theta, n^2 = sin\theta sin\phi, n^3 = sin\theta cos\phi$) obtenemos $g_{10} = -k, g_{11} = k^2 - 1$ y la ecuación para la propagacion de la luz se convierte en

$$c^2dt^2 - 2kcdtdx - \left(1 - k^2\right) dx^2 - dy^2 - dz^2 = 0 \tag{A-9}$$

Bibliografía

[1] G.I. Burde. (2016). Special relativity with a preferred frame and the relativity principle: Cosmological implications, FoundPhysdoi:10-1007/s10701-016-0029-4.

[2] R.Mansouri.,& S.U. Sexl. (1977). A test theory of special relativity: I. simultaneity and clock synchronization 8, 497.

[3] R.Mansouri.,& S.U. Sexl. (1977). A test theory of special relativity: I. simultaneity and clock synchronization 8, 515.

[4] B.Janssen. (2005). Repaso de la Relatividad Especial. Granada.

[5] A.A. Ungar. (1991). Formalism to deal with Reinchenbach's special theory of relativity. Foundations of Physics 21, 691-726.

[6] A. Einstein. (1916). Sobre la teoria de la relatividad especial y general. Epulibre.

[7] E. Minguzzi. (2002). On the convetionality of simultaneity, Foundations of physics 15, 153-169.

[8] Ray d'Inverno. (1992). Introducing Einstein's Relativity. Oxford University Press.

[9] G. Rizzi., M.L. Ruggiero. (2004). Synchronization Gauges and the principle special relativity. Foundations of Physics 34, 1835-1887.

[10] Sean M. Carroll. (2004). Spacetime and Geomety. Addison-Wesley.

[11] J.Morrison. (2021). Modern Physics with Modern Computational Methods (Third edition). The special theory of relativity, chapter 12, pp 279-310.

[12] W. Rindler. (2006). Special, general and cosmological. Second edition, Oxford University Press.

[13] H. Reinchenbach. (1957). The philosophy of space and time. Dover Publications INC.

[14] J.G. Bartlett. (1999). The standard cosmological model and CMB anisotropies. New Astronomy Reviews 1, 43.

[15] G. Burde. (2016).Special Relativity Kinematics with Anisotropic Propagation of Light and Correspondence Principle. Found physics.

[16] P.J.E. Peebles., D.T. Wilkinson. (1968). Commnet on the Anisotropy of the primeval fireball. Physical Review.174,216.

[17] R. Anderson., I. Vetharaniam., G.E. Stedman. (1998). Convencionality of Synchronisation, gauge dependence and test theories of relativity. Physics Reports 295, 93-180.

[18] George E.A Matsas. (1996). Rindler and minkowski particles relationship revisited. Physics Letters B 380, 24-28.

[19] Derek F. Lawden (1962). An introduction to Tensor calculus and Relativity. Wiley.

[20] P.J. Olver (1993). Applications of Lie Groups to Differential Equations (Graduate Texts in Mathematics: vol 107). Springer.

[21] W. F. Edwards. (1963). Special Relativity in Anisotropic Space. Utah State University.

[22] W. Pauli. (1958), Theory of Relativity. Pergamon Press, London.

[23] B. D. Hughes1., B. W. Ninham. (2016). A Correspondence Principle. School of Mathematics and Statistics, University of Melbourne.

[24] H. C. Ohanian. (2004). The role of dynamics in the synchronization problem. Department of Physics, Rensselaer Polytechnic Institute, Troy, New York 12180.

[25] A. Macdonald,. A. A. Martınez. (2005). Reply to “Comment(s) on ‘The role of dynamics in the synchronization problem.

[26] H. BATEMAN. (1910).The Transformation of the Electrodynamical Equations. Proc. London Math. Soc. 8, 223.

[27] E. Cunningham. (1909). The Principle Of Relativity In Electrodynamics And An Extension Thereof. Proc. London Math. Soc. 8, 77.

[28] G. Yu. Bogoslovsky., H.F. Goenner. (1999). Finslerian spaces possessing local relativistic symmetry. General Relativity and Gravitation 31, 1565-1603.

[29] G.Yu. Bogoslovsky. (2006). Lorentz symmetry violation without violation of relativistic symmetry. Skobeltsyn Institute of Nuclear Physics, Moscow State University, 119992 Moscow, Russia.

[30] S. Sonego. (2009). Foundations of anisotropic relativistic mechanics. Journal of Mathematical Physics 50,042902.

[31] V. Gorini., Antonio Zecca. (1970) Isotropy of Space. JOURNAL OF MATHEMATICAL PHYSICS VOl II,7.

[32] J.A. Winnie. (1970) Special Relativity Without One-Way Velocity Assumptions*: Part I. Phil. Sci. 37, 81.

[33] W.v. Ignatowski. (1910) Some General Remarks onthe Relativity Principle. Phys.Z. 11, 972.

[34] Ph. Frank., H. Rothe. (1911). die Transformation der Raumxeitkoordinaten von ruhenden auf bewegte systeme. Ann. Physik 34,825.

[35] G.W. Bluman., S. Kumei.(1989). symmetries and differential equations, applied mathematical sciences. Springer, Vol. 81.

[36] Tangherlini F.R. (1958). The velocity of light in uniformly moving frame. PhD Thesis, Stanford Univ.

[37] M. Consoli., A. Pluchino.(2021). The CMB, Preferred Reference System, and Dragging of Light in the Earth Frame. Universe 2021, 7, 311. https://doi.org/10.3390/universe7080311.

[38] G. I. Burde. (2018). Cosmological models based on relativity with a privileged frame. https://arxiv.org/pdf/1805.10995.pdf.

[39] B.Čulina. (2021). An Analysis of the Concept of Inertial Frame, University of Applied Sciences Velika Gorica.

[40] D.J.Griffiths. (1998). introduction to electrodynamics, 3rd edition. Prentice Hall. Chapter 7, pp 321-339.