



CARTA DE AUTORIZACIÓN

CÓDIGO

AP-BIB-FO-06

VERSIÓN

1

VIGENCIA

2014

PÁGINA

1 de 2

Neiva, 23/03/2021

Señores

CENTRO DE INFORMACIÓN Y DOCUMENTACIÓN

UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA

Ciudad, Neiva

Los suscritos:

Luisa Fernanda Rivera Arias, con C.C. **No.1.075.293.185** y **Sebastián Camilo Pinto Vera**, con C.C. **No.1.075.311.025**

Autores del trabajo de grado titulado:

“Material didáctico como potenciador del proceso de enseñanza aprendizaje de la factorización”

presentado y aprobado en el año 2021 como requisito para optar al título de Licenciado en Matemáticas;

Autorizan al CENTRO DE INFORMACIÓN Y DOCUMENTACIÓN de la Universidad Surcolombiana para que, con fines académicos, muestre al país y el exterior la producción intelectual de la Universidad Surcolombiana, a través de la visibilidad de su contenido de la siguiente manera:

- Los usuarios puedan consultar el contenido de este trabajo de grado en los sitios web que administra la Universidad, en bases de datos, repositorio digital, catálogos y en otros sitios web, redes y sistemas de información nacionales e internacionales “open access” y en las redes de información con las cuales tenga convenio la Institución.
- Permita la consulta, la reproducción y préstamo a los usuarios interesados en el contenido de este trabajo, para todos los usos que tengan finalidad académica, ya sea en formato Cd-Rom o digital desde internet, intranet, etc., y en general para cualquier formato conocido o por conocer, dentro de los términos establecidos en la Ley 23 de 1982, Ley 44 de 1993, Decisión Andina 351 de 1993, Decreto 460 de 1995 y demás normas generales sobre la materia.



CARTA DE AUTORIZACIÓN

CÓDIGO

AP-BIB-FO-06

VERSIÓN

1

VIGENCIA

2014

PÁGINA

2 de 2

- Continúo conservando los correspondientes derechos sin modificación o restricción alguna; puesto que, de acuerdo con la legislación colombiana aplicable, el presente es un acuerdo jurídico que en ningún caso conlleva la enajenación del derecho de autor y sus conexos.

De conformidad con lo establecido en el artículo 30 de la Ley 23 de 1982 y el artículo 11 de la Decisión Andina 351 de 1993, "Los derechos morales sobre el trabajo son propiedad de los autores", los cuales son irrenunciables, imprescriptibles, inembargables e inalienables.

Luisa Fernanda Rivera Arias

Sebastian Camilo Pinto Vera.

AUTORES / ESTUDIANTES:

Firma: Luisa Fernanda Rivera Arias

Sebastián Camilo Pinto Vera



TÍTULO COMPLETO DEL TRABAJO:

“Material didáctico como potenciador del proceso de enseñanza aprendizaje de la factorización”

AUTOR O AUTORES:

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre
Rivera Arias	Luisa Fernanda

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre
Pinto Vera	Sebastián Camilo

DIRECTOR Y CODIRECTOR TESIS:

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre
Guzmán García	Mauricio
Castilla Peñate	Telvia Rosa

ASESOR (ES):

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre
Guzmán García	Mauricio

PARA OPTAR AL TÍTULO DE: Licenciado en Matemáticas

FACULTAD: Educación

PROGRAMA O POSGRADO: Licenciatura en Matemáticas



CIUDAD: Neiva

AÑO DE PRESENTACIÓN: 2021

NÚMERO DE PÁGINAS: 98

TIPO DE ILUSTRACIONES (Marcar con una X):

Diagramas Fotografías Grabaciones en discos ___ Ilustraciones en general Grabados ___ Láminas ___
Litografías ___ Mapas ___ Música impresa ___ Planos ___ Retratos ___ Sin ilustraciones ___ Tablas o Cuadros

SOFTWARE requerido y/o especializado para la lectura del documento:

MATERIAL ANEXO:

PREMIO O DISTINCIÓN (En caso de ser LAUREADAS o Meritoria):

PALABRAS CLAVES EN ESPAÑOL E INGLÉS:

Español

Inglés

- | | |
|-------------------------------------|-----------------------------|
| 1. Aprendizaje significativo | Meaningful learning |
| 2. Material didáctico | Didactic material |
| 3. Investigación causi-experimental | Quasi-Experimental Research |
| 4. Lineamientos curriculares | Curriculum Guidelines |
| 5. Estrategias de aprendizaje | Learning Strategies |



RESUMEN DEL CONTENIDO: (Máximo 250 palabras)

El presente trabajo tiene como propósito exponer algunos recursos didácticos que se pueden utilizar para la enseñanza significativa de la matemática; para esto, se plantea una propuesta didáctica para el aprendizaje de la factorización que conlleve a obtener mejores resultados en la aprehensión de los algoritmos y conceptos involucrados. En este sentido, el presente trabajo titulado “Material didáctico como potenciador del proceso de enseñanza aprendizaje de la factorización” tuvo como propósito inicial identificar y hacer un análisis respecto a las dificultades que presentan los estudiantes del grado noveno de la Institución Educativa Ángel María Paredes a la hora de factorizar una expresión algebraica, para así poder dar soluciones a dichas problemáticas. Además este documento expone aportes metodológicos y didácticos al proceso de enseñanza-aprendizaje de la factorización, por otra parte, expone la presentación, objetivo general y específicos, el marco teórico, descripción de las actividades desarrolladas durante la investigación (estrategias implementadas, aporte personal, etc.), los resultados obtenidos en los diferentes ítems mencionados anteriormente, las conclusiones que se obtuvieron luego del proceso de investigación, agradecimientos y anexos del trabajo realizado.

ABSTRACT: (Máximo 250 palabras)

The present project aims to introduce several didactic strategies that can be used for the meaningful learning of mathematics; for this purpose, a didactic proposal for the factorization learning process is presented, and can lead to better results in the apprehension of algorithms and related concepts. In this regard, the present project titled “Didactic materials as an enhancer for the teaching-learning process of factorization” had the main purpose of identifying and analyzing the challenges faced by ninth-graders at the Ángel María Paredes Educational Institution at the time of factorizing an algebraic expression, in order to establish solutions to this problematic. Furthermore, this document presents methodological and didactic contributions to the teaching-learning process of factorization, on the other hand, it exhibits the introduction, the general and specific objectives, the theoretical framework, the description of the activities developed during the research (implemented



strategies, personal contribution, etc.), the results obtained from the items mentioned previously, the conclusions achieved after the research, the acknowledgements and lastly, the annexes of the accomplished project.

APROBACION DE LA TESIS

Nombre Presidente Jurado: Julio Cesar Duarte Vidal

Firma:

Nombre Jurado: Mauricio Guzmán García

Firma:

Nombre Jurado: Telvia Rosa Castilla Peñate

Firma:

MATERIAL DIDACTICO COMO POTENCIADOR DEL PROCESO DE ENSEÑANZA
APRENDIZAJE DE LA FACTORIZACIÓN.

Presentado por:

LUISA FERNANDA RIVERA ARIAS

Código: 20132121757

SEBASTIÁN CAMILO PINTO VERA

Código: 20142129611

Universidad Surcolombiana

Facultad de Educación.

Programa Licenciatura en Matemáticas.

Neiva Huila - 2021

MATERIAL DIDACTICO COMO POTENCIADOR DEL PROCESO DE ENSEÑANZA
APRENDIZAJE DE LA FACTORIZACIÓN.

*Trabajo presentado como requisito de grado para optar al título de licenciado en
matemáticas*

LUISA FERNANDA RIVERA ARIAS

Código: 20132121757

SEBASTIÁN CAMILO PINTO VERA

Código: 20142129611.

Asesor:

MAURICIO GUZMÁN GARCÍA

Universidad Surcolombiana

Facultad de Educación

Programa Licenciatura en Matemáticas

Neiva Huila - 2021

AGRADECIMIENTOS

Damos gracias a Dios por bendecirnos con salud y vida, otorgarnos el privilegio de contar con el apoyo de nuestros padres en cada instante para finalizar este trabajo de grado con satisfacción. Igualmente, a nuestra segunda casa la Universidad Surcolombiana, que nos acogió en el proceso de formarnos como ciudadanos íntegros. Al programa de Licenciatura en Matemáticas por permitirnos conocer maestros de excelente calidad humana e intelectual, que nos aportaron invaluable enseñanzas.

Agradecemos, de igual forma, a nuestro asesor de trabajo de grado, el magíster Mauricio Guzmán García, por su interés, endereza y compromiso con el programa, así como también a los administrativos, profesores y estudiantes que acompañaron e hicieron posible todo este proceso de investigación.

Tabla de contenido

CAPITULO I	7
1. Planteamiento del problema.	7
1.1 Introducción.	7
1.2 Justificación	9
1.3 Objetivos	11
1.3.1 Objetivo General.	11
1.3.2 Objetivos Específicos.	11
1.4 Formulación del problema	12
1.4.1 Descripción del problema.	12
1.5 Antecedentes	14
1.5.1 Antecedentes de trabajo con uso de material didáctico.	14
1.5.2 Selección de los materiales didácticos	14
1.5.3 Uso de materiales didácticos manipulativos para la enseñanza y aprendizaje de la geometría.	15
1.5.4 Antecedentes de trabajos en la enseñanza del álgebra o la factorización.	15
CAPITULO II	19
2. Marco teórico	19
2.1 Teoría del aprendizaje	19
2.2 Aprendizaje significativo	20
2.3 Estrategias didácticas	20
2.4 Los procesos generales en el aprendizaje de las matemáticas	21
2.4.1 Resolución de problemas	21
2.4.3 La comunicación.	22
2.4.4 La modelación.	22
CAPITULO III	24
3. Marco metodológico	24
3.1 Tipo de investigación	24
3.2 Población	24
3.3 Diseño metodológico o procedimiento	25
3.4 Aplicación de los instrumentos.	26
3.4.1 Población y muestra.	26
3.5 Técnicas e instrumentos para la recolección de datos	26

3.5.1 La observación	28
3.5.2 Diálogo	28
3.5.3 Pre-test	28
3.5.4 Post-test.	29
3.5.5 Fotografías	29
3.5.6 Evaluación y tabulación.	29
CAPITULO IV	32
4. Aplicación de estrategias	32
4.1 Prueba diagnóstica (Pre-test)	32
4.2 Estrategia didáctica	32
4.3 Bloques lógicos de Dienes.	34
4.4 Desarrollo de la estrategia didáctica	38
4.5 Descripción del material	39
4.6 Casos de factorización	41
4.6.1 Factor común.	41
4.6.2 Factor común por agrupación	44
4.6.3 Diferencia de cuadrados perfectos	46
4.6.4 Trinomio cuadrado perfecto.	50
4.6.4.1 Trinomio de la forma $x^2 + bx + c$	53
4.6.4.2 Trinomio de la forma $ax^2 + bx + c$	55
4.6.5 Factorización de cubos.	59
4.6.5.1 Cubo perfecto de binomios	59
CAPITULO V	64
5. Análisis de resultados	64
5.1 Análisis del pre-test.	64
5.2 Resultados pre-test grupo de control (Jornada tarde)	64
5.3 Resultados pre-test grupo experimental (grupo mañana)	65
5.4 Aplicación del pos-test.	67
5.5 Análisis del post-test grupo de control (Jornada tarde)	67
5.6 Análisis post-test grupo experimental (Jornada mañana)	69
	75
5.7 Conclusiones	84
REFERENCIAS	86

CAPITULO I

1. Planteamiento del problema.

1.1 Introducción.

El presente trabajo tiene como propósito exponer algunos recursos didácticos que se pueden utilizar para la enseñanza significativa de la matemática; para esto, se plantea una propuesta didáctica para el aprendizaje de la factorización que conlleve a obtener mejores resultados en la aprehensión de los algoritmos y conceptos involucrados. En este sentido, el presente trabajo titulado “Material didáctico como potenciador del proceso de enseñanza aprendizaje de la factorización” tuvo como propósito inicial identificar y hacer un análisis respecto a las dificultades que presentan los estudiantes del grado noveno de la Institución Educativa Ángel María Paredes a la hora de factorizar una expresión algebraica. Se pudo evidenciar que muchos de ellos han olvidado los conceptos necesarios para factorizar una expresión, tal vez, porque las prácticas de aula utilizadas por los docentes suelen estar orientadas a la repetición de algunos procesos mecánicos.

De esta manera, se presenta el trabajo en cuatro capítulos. En el primer capítulo se hace la presentación del problema, se dan a conocer el objetivo general y los objetivos específicos, la justificación del trabajo a desarrollar y por último algunos antecedentes que se tuvieron en cuenta como referentes para el diseño de la estrategia didáctica.

En el segundo capítulo se presentan los soportes teóricos que fundamentan la propuesta del trabajo de investigación, entre ellos se hace referencia a: teorías del aprendizaje, estrategias didácticas y los procesos generales en el aprendizaje de las matemáticas.

En el tercer capítulo se presenta el diseño metodológico y la estrategia didáctica que se propone para abordar el tema de la factorización en la Institución. Esta se desarrolla en cuatro momentos que van desde el test diagnóstico hasta la evaluación de las dificultades encontradas, las cuales se atendieron con las actividades desarrolladas.

En el cuarto capítulo se presenta el análisis del pre-test, del post-test y de la estrategia, en el cual se puede verificar si se pudo alcanzar un aprendizaje significativo de la factorización de una expresión algebraica con la ayuda de materiales didácticos.

1.2 Justificación

La presente investigación tiene como propósito mostrar las ventajas de usar material didáctico en el aprendizaje de la factorización, así como también brindar herramientas a docentes y estudiantes, las cuales contribuyan a solucionar las diferentes dificultades que se generan en el aula de clases en el proceso de enseñanza-aprendizaje de los casos de factorización. Una dificultad a destacar ha sido la falta de interés por parte de los estudiantes al momento de aprender diferentes definiciones matemáticas y sus diversas aplicaciones, de este modo, Galindo afirma “A través de la evolución de las ciencias, se ha observado que los conceptos matemáticos, sus operaciones y aplicaciones a contextos reales, han sufrido rechazo por parte de los estudiantes que se ven abocados a enfrentar el aprendizaje de estas ciencias, para el avance de su formación en el campo educativo y por ende en el campo laboral, personal y social. (Galindo, 2013).

Este desinterés se ve ligado a la forma en que los docentes diseñan, planean y ejecutan sus métodos de enseñanza pues muchas veces son métodos tradicionales, causando en el docente la falta de creatividad al momento de transmitir todos estos conocimientos a los estudiantes.

Son muchos los factores que afectan el aprendizaje matemático, algunos de tipo contextuales y cognitivos o también a los diferentes factores emocionales, motivacionales, actitudinales y aptitudinales por el cual se está enfrentando el estudiante.

Para superar lo mencionado anteriormente, hemos decidido buscar estrategias con el fin de facilitar el proceso de enseñanza-aprendizaje en la factorización, a través del uso de material didáctico con el fin de generar un aprendizaje significativo y desarrollar en los estudiantes competencias matemáticas, para obtener una formación integral que les permita desenvolverse a nivel académico, así como también en las problemáticas de la vida cotidiana.

De este modo se estudiará de manera detallada el proceso que llevan los estudiantes del grado noveno de la Institución Educativa Ángel María Paredes jornada mañana de la ciudad de Neiva, a través de la ejecución de 4 fases las cuales se centran en: identificar dificultades, establecer estrategias, aplicar dichas estrategias y finalmente realizar una evaluación del proceso para poder lograr un análisis de resultados.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo General.

- Presentar una propuesta didáctica que permita el mejoramiento del proceso de enseñanza de los casos de factorización haciendo uso de diferentes estrategias y materiales didácticos que apunten a una verdadera comprensión de la temática a partir de la solución de problemas.

1.3.2 Objetivos Específicos.

- Elaborar un diagnóstico sobre el manejo de los preconceptos necesarios para el estudio de los casos de factorización.
- Recopilar estrategias metodológicas y didácticas que faciliten el aprendizaje de la factorización de expresiones algebraicas.
- Implementar estrategias metodológicas para el mejoramiento del aprendizaje de los casos de factorización.
- Analizar los resultados obtenidos de la implementación de las pruebas de conocimiento.

1.4 Formulación del problema

1.4.1 Descripción del problema.

En la actualidad la matemática es vista por muchos estudiantes como una ciencia de difícil entendimiento, generando dificultades en el aprendizaje de la misma. Es preocupante percibir que esto no solamente se observa en los colegios; también se ve reflejado en el desarrollo de diferentes cursos universitarios como lo es el caso de cálculo diferencial, integral, métodos numéricos, entre otros. Lo anterior se ve reflejado en las bajas notas de cada curso y en la pérdida de los mismos. Muchas veces el bajo desempeño académico es a causa del mal manejo de diferentes saberes previos.

A pesar de que el ministerio de educación establece Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA), Lineamientos y estándares Básicos de competencias; los cuales son un referente para orientar la enseñanza de la matemática a nivel de básica y media, no ha sido posible llegar a una correcta apropiación de dichas orientaciones por diversas dificultades que presentan en el aula de clases.

Además, en los Estándares Básicos de competencias en matemáticas se establece el desarrollo de las competencias asociadas a los cinco tipos de pensamiento matemático y a su vez hace énfasis en los cinco procesos generales de la actividad matemática como lo son: formular y resolver problemas; modelar procesos y fenómenos de la realidad; comunicar; razonar, y formular, comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos.

De otra parte, en los Derechos Básicos de Aprendizaje se destaca que un estudiante de grado noveno estará en capacidad de:

- Factorizar expresiones cuadráticas $(ax^2 + bx + c)$ usando distintos métodos, además de utilizar identidades como:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2; \quad (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2; \quad a^2 - b^2 = (a - b)(a + b).$$

Si se presenta el caso de que un estudiante no adquiere dicha competencia se le estaría vulnerando el derecho a ese conocimiento, desconociendo en gran medida las diferentes responsabilidades de los actores del proceso educativo, por eso los docentes deben encaminar su práctica pedagógica a mejorar dichos aprendizajes y esto lo logra mediante la innovación en los métodos de enseñanza.

Por otra parte, la educación que reciben los estudiantes durante la primaria juega un papel muy importante en este proceso de adquisición de saberes y competencias matemáticas, puesto que muchas veces quedan dudas y vacíos conceptuales en los educandos, los cuales van generando dificultades en la comprensión de conceptos, y, a largo plazo, en la transición de la aritmética al álgebra durante la educación secundaria.

De otra parte, en la mayoría de los casos los alumnos memorizan irreflexivamente las reglas y los procedimientos de cálculo sin comprenderlos, aplicándolos automáticamente a cualquier situación que les resulte parecida a la utilizada anteriormente, cuando “supuestamente” la aprendieron. Esto los lleva a cometer los mismos errores de manera sistemática y persistente.

Evidentemente estos errores influyen en el aprendizaje de los diferentes contenidos y es imprescindible que los docentes los reconozcan y admitan la necesidad de superarlos a fin de obtener logros en los aprendizajes, esto refuerza lo encontrado por (García, 2010).

De acuerdo a lo anterior, el siguiente trabajo de investigación se enfoca a responder la pregunta: ¿Qué estrategias didácticas implementar al momento de enseñar los casos de factorización para potenciar en los estudiantes un aprendizaje significativo?

1.5 Antecedentes

El siguiente trabajo propuso implementar estrategias didácticas para el aprendizaje de la factorización a través del uso de materiales concretos ya establecidos. A continuación, citamos diferentes investigaciones que sirvieron como punto de partida para la realización del presente trabajo.

1.5.1 Antecedentes de trabajo con uso de material didáctico.

Los materiales didácticos son los elementos que empleamos los docentes para facilitar y conducir el aprendizaje de nuestros/as alumnos/as (libros, carteles, mapas, fotos, láminas, videos, software,...). (Armas, 2009). Por esto es importante implementar materiales didácticos para facilitar las experiencias de aprendizaje de cada uno de los estudiantes generando en ellos la curiosidad y en efecto aumentando la motivación y la participación.

1.5.2 Selección de los materiales didácticos

Para la selección del material didáctico hay que tener en cuenta el ámbito educativo en el cual nos encontramos, para así determinar cuáles van a ser las actividades y cuál va a ser su impacto educativo en el aprendizaje del estudiante.

Afirmando lo anterior (Armas, 2009) nos dice:

“De esta forma, existen una serie de razones por las que nos interesa averiguar cuál es el medio más idóneo para nuestra tarea docente:

- Por la importancia del aprendizaje a través de los diferentes materiales didácticos.
- Por la gran variedad de materiales con que nos encontramos en estos momentos.

- Por la necesidad de reflexión y análisis que requiere su introducción.
- Por los valores latentes, ocultos y ausentes que se transmiten a través de los mismos.”

1.5.3 Uso de materiales didácticos manipulativos para la enseñanza y aprendizaje de la geometría.

Para el uso de materiales didácticos (Esteban, 2012) propone una estrategia de recursos y materiales didácticos que facilitan las experiencias individuales que nos llevan a un aprendizaje, así mismo propone una colección de materiales en el aula de matemáticas y afirma que el recurso didáctico en el aula es de gran ayuda para facilitar el aprendizaje, aumentando la motivación y participación de los estudiantes.

1.5.4 Antecedentes de trabajos en la enseñanza del álgebra o la factorización.

Para la estructuración de este proyecto se hizo necesario acudir a diferentes investigaciones con el propósito de tener un punto de partida y a su vez un punto de referencia a donde llegar, a continuación, se mencionarán algunas de estas:

Título: Factorización de expresiones algebraicas bajo la teoría de representaciones semióticas.

Autor: Laura Ximena Casas Rodríguez.

Entidad: Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia.

Año: 2019.

Descripción: Esta investigación tiene como propósito principal identificar e implementar en el aula de clase diferentes representaciones semióticas presentes en la factorización de expresiones algebraicas. Se

buscó realizar un análisis, empleando una metodología de tipo cualitativo para analizar los procesos cognitivos de tratamiento y conversión que realizan los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa Agropecuaria el Escobal cuando trabajan factorizaciones que involucran la diferencia de cuadrados perfectos y trinomios cuadrados perfectos. De igual manera, se describe el papel que juega la comunicación como mediadora en el paso de un registro de representación a otro.

Título: Guía didáctica para el aprendizaje de la factorización en estudiantes del CLEI IV del I.T.M.

Autor: Martha Eugenia Ospina Sepúlveda.

Entidad: Universidad Nacional de Colombia.

Año: 2015.

Descripción: Esta propuesta de trabajo se fundamenta en el aspecto de la resolución de problemas relacionados con el aprendizaje significativo del álgebra, ella contiene un marco teórico que aborda los elementos curriculares, temáticos y didácticos; se hace énfasis en la importancia de los materiales manipulativos para el diseño de una propuesta didáctica, como una alternativa estratégica que permita abordar los conceptos algebraicos, relacionados con los casos de factorización y que contribuya a los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Otro propósito es demostrar que los conceptos abstractos relacionados con el aprendizaje del álgebra se pueden aprehender más fácilmente utilizando material didáctico en las intervenciones pedagógicas.

Título: Material didáctico para el fortalecimiento de los procesos de aprendizaje de la factorización en grado octavo del colegio San Francisco de la ciudad de Tuluá.

Autor: Milton Javier Morán Galindo.

Entidad: Universidad Católica de Manizales.

Año: 2013.

Descripción: El autor de este proyecto plantea diferentes actividades las cuales potencian el aprendizaje de los casos de factorización para el grado octavo de secundaria del colegio San Francisco de la ciudad de Tuluá.

Título: Enseñanza del área de matemáticas a través de la lúdica para generar aprendizajes significativos en los estudiantes del grado 7° de la vereda Montegrande, municipio Sopetrán (Ant.)³³

Autor: Luz Delia Londoño Londoño.

Entidad: Universidad Católica de Manizales.

Año: 2009.

Descripción: La autora de este proyecto, analiza los diferentes motivos por los cuales los estudiantes presentan tanta dificultad para aprender matemáticas, por lo cual hace una serie de cuestionamientos en los cuales incluye la metodología y la forma de enseñanza. En este trabajo se incluyen unidades didácticas con el objetivo de generar aprendizajes significativos y se elaboran unas estrategias de tipo lúdico para que los estudiantes puedan desarrollar los ejercicios matemáticos utilizando guías y material didáctico.

Título: Diseño de una secuencia didáctica, donde se generaliza el método de factorización en la solución de una ecuación cuadrática.

Autor: Elías Cruz Mendoza.

Entidad: Instituto Politécnico Nacional.

Año: 2008. México.

Descripción: Elías Cruz Mendoza en su proyecto diseño de una secuencia didáctica, donde se generaliza el método de factorización en la solución de una ecuación cuadrática, hace uso de los cuadriláteros, específicamente en los cuadrados y rectángulos, como estrategia para solucionar ecuaciones cuadráticas, dicho método es un importante aporte para factorizar polinomios cuadráticos de la forma $ax^2 + bx + c$. El autor soluciona geoméricamente ecuaciones cuadráticas y utiliza el caso VI y VII para modelar dichos polinomios y determinar las raíces de la expresión cuadrática algebraica. La búsqueda de elementos que permitan fortalecer el aprendizaje del algebra, ha traído como consecuencia, que autores sigan en la búsqueda de diseños y estrategias que permitan obtener un aprendizaje significativo de la matemática abstracta

Título: Enseñanza del álgebra a partir de la lúdica didáctica de la factorización.

Autores: Héctor Mario Mosquera Obando & Ferney Gómez Morales.

Entidad: Universidad Católica de Manizales.

Año: 2001.

Descripción: En este proyecto de grado los autores diseñan estrategias para la enseñabilidad de los casos de factorización, utilizando material manipulable y aplicando estrategias lúdicas para el desarrollo de los casos de factorización. Además del material manipulable, los autores también utilizan una guía multimedial como estrategia de ayuda en la expresión factorial de polinomios. Este proyecto asocia algunos casos de factorización con la geometría plana básica, pero hace más énfasis en la herramienta tecnológica como tal que en la manipulación de material.

CAPITULO II

2. Marco teórico

Teniendo en cuenta la finalidad del trabajo de investigación y su coherencia se abordarán los conceptos y las generalidades en torno a:

- Teoría del aprendizaje
- Aprendizaje significativo
- Enseñanza-Aprendizaje.
- Estrategias didácticas.

2.1 Teoría del aprendizaje

Según algunas teorías del aprendizaje de las ciencias, se han desarrollado trabajos que nos orientan a una mejor comprensión de los conceptos. Para el aprendizaje de las matemáticas son múltiples las formas en las que se puede implementar nuevas estrategias que faciliten la apropiación de los saberes por parte del estudiante, una de estas estrategias es el uso de materiales didácticos, los cuales están diseñados para que los estudiantes se motiven por el aprendizaje de un concepto matemático.

De acuerdo a esto, el desarrollo de la estrategia didáctica se ha enmarcado en la teoría del aprendizaje significativo, esta pretende promover un cambio conceptual y facilitar la comprensión de la factorización haciendo uso la geometría algebraica.

En el proceso de aprendizaje, se deben tener presentes los conocimientos previos o subsumidores como lo llaman (Ausubel y Moreira, 1983); este concepto es abordado por los docentes a la hora de enseñar,

pero no lo hacen de una manera consciente. El subsumidor es necesario para que el estudiante obtenga un aprendizaje significativo, si no se tiene, el proceso de aprendizaje será lento y con muchas dificultades.

El subsumidor en el tema de la factorización es necesario para resolver expresiones algebraicas, pues se deben tener conceptos claros como: operaciones con números enteros, potenciación, agrupación de términos, aplicación de teoremas, tener claro el concepto de área y de unidad cuadrada. Si los estudiantes no entienden estos temas, el docente está en la tarea de hacer una retroalimentación antes de empezar con la formalización de los conceptos involucrados.

2.2 Aprendizaje significativo

En la práctica pedagógica podemos observar que el desempeño de los estudiantes en el aprendizaje se efectúa por medio de una serie ordenada de etapas, las cuales nos orientan y nos dan pautas del avance o retroceso en el proceso de aprehensión que se lleva a cabo; en la propuesta se consideran varios aportes de Ausubel sobre los aprendizajes significativos.

Según Ausubel, un aprendizaje es significativo cuando los estudiantes relacionan los conocimientos que van a aprender con lo que ellos ya saben. Es decir, estas ideas se relacionan con algún aspecto existente y específicamente relevante de la estructura cognoscitiva del alumno, como una imagen, un símbolo ya significativo, un concepto o una proposición (Ausubel, 19 83).

2.3 Estrategias didácticas

Cada estrategia de enseñanza depende mucho del tema que se quiera enseñar, del contexto y lugar donde se aplica, además del objetivo que se desea alcanzar. Los maestros se valen de algunas herramientas didácticas para que el aprendizaje se logre, demostrando con ello que cada momento pedagógico es diferente y por ende su estrategia.

“El concepto de estrategias didácticas se involucra con la selección de actividades y prácticas pedagógicas en diferentes momentos formativos, métodos y recursos en los procesos de aprendizaje.” (Velasco y Mosquera, 2010).

En la definición de una estrategia, es importante tener clara la disposición de los estudiantes frente a su proceso de aprendizaje, su edad y por tanto, sus posibilidades de orden cognitivo.

La estrategia usada en la construcción del material didáctico fue:

- Participación de los estudiantes, haciendo uso del material didáctico.
- Interpretación del lenguaje matemático al resolver una expresión algebraica.
- Aplicación del álgebra geométrica en la factorización
- El respeto por los compañeros en el desarrollo de las actividades propuestas.
- Mantener la motivación de los estudiantes en el trabajo realizado en los espacios de conceptualización.

2.4 Los procesos generales en el aprendizaje de las matemáticas

2.4.1 Resolución de problemas

En la medida que los estudiantes van resolviendo problemas, van ganando confianza en el uso de las matemáticas, desarrollan una mente investigadora y persistente, aumentan su capacidad de comunicación matemática y su capacidad para utilizar procesos de pensamiento de más alto nivel.

2.4.2 El razonamiento.

En el razonamiento matemático, es necesario tener en cuenta la edad de los estudiantes y su nivel de desarrollo y que cada logro alcanzado en un grado inferior se retoma y se amplía en los grados siguientes.

Así mismo, se debe partir de los procesos de razonamiento que se dan en los grados inferiores, hasta llegar a niveles más elaborados del razonamiento en los grados superiores.

2.4.3 La comunicación.

A pesar de que suele repetirse lo contrario, las matemáticas no son un lenguaje, pero ellas pueden construirse, refinarse y comunicarse a través de diferentes lenguajes con los que se expresan y representan, se leen y se escriben, se hablan y se escuchan. La adquisición y dominio de los lenguajes propios de las matemáticas ha de ser un proceso deliberado y cuidadoso que posibilite y fomente la discusión frecuente y explícita sobre situaciones, sentidos, conceptos y simbolizaciones, para tomar conciencia de las conexiones entre ellos y para propiciar el trabajo colectivo, en el que los estudiantes compartan el significado de las palabras, frases, gráficos y símbolos, aprecien la necesidad de tener acuerdos colectivos y aún universales y valoren la eficiencia, eficacia y economía de los lenguajes matemáticos. (Sepúlveda, 2015)

2.4.4 La modelación.

La resolución de problemas en un amplio sentido, se considera siempre en conexión con las aplicaciones y la modelación. La forma de describir ese juego o interrelación entre el mundo real y las matemáticas es la modelación.

2.2.5 La elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos.

Además de que el estudiante razone y se comunique matemáticamente, y elabore modelos de los sistemas complejos de la realidad, se espera también que haga cálculos correctamente, que siga instrucciones, que transforme expresiones algebraicas desde una forma hasta otra, que mida correctamente

longitudes, áreas, volúmenes, etc; es decir, que ejecute tareas matemáticas que suponen el dominio de los procedimientos usuales que se pueden desarrollar de acuerdo con rutinas secuenciadas. (Sepúlveda, 2015)

CAPITULO III

3. Marco metodológico

3.1 Tipo de investigación

Este trabajo de investigación se relaciona con la investigación cuasi-experimental, Según (Pedhazur Y Schmelkin, 1991) es una investigación que posee todos los elementos de un experimento, excepto que los sujetos no se asignan aleatoriamente a los grupos. En ausencia de aleatorización, el investigador se enfrenta con la tarea de identificar y separar los efectos de los tratamientos del resto de factores que afectan a la variable dependiente.

Basados en esta definición, en la presente investigación se tomaron dos grupos del grado noveno, un grupo experimental y un grupo de control, en el grupo experimental el principal objetivo fue establecer el grado de conocimiento que tienen los estudiantes acerca de la factorización, es decir, conocer las habilidades y dificultades que presentan a la hora de resolver expresiones algebraicas mediante un test diagnóstico, luego implementar y aplicar una estrategia didáctica que fortaleciera el proceso de enseñanza-aprendizaje de la factorización, para finalmente evaluar; es decir, que haciendo uso de diferentes materiales didácticos se lograra una verdadera comprensión de la temática teniendo como referencia la solución de problemas. Mientras que en el grupo de control no se utilizó ningún tipo de apoyo con material didáctico, aplicándose una prueba inicial y final.

3.2 Población

Este trabajo de investigación está dirigido a la población estudiantil del grado noveno de la Institución Educativa Ángel María Paredes de Neiva cuyas edades oscilan entre los trece y dieciséis años, con una población aproximada veintiséis estudiantes. Estudiantes, con los cuales se implementó una estrategia

didáctica que facilitará el aprendizaje del álgebra, específicamente de algunos casos de factorización como, resolución de polinomios, trinomios y productos notables.

3.3 Diseño metodológico o procedimiento

Esta investigación se desarrolló en un total de 36 horas, distribuidas en tres fases. En una primera parte se realizó una prueba o test diagnóstico a dos de los grados (novenos) de la Institución Educativa Ángel María Paredes, el objetivo era medir el grado de conocimiento que tienen los estudiantes a la hora de resolver algunas expresiones algebraicas y algunos preconceptos necesarios para el estudio de los casos de factorización. En una segunda fase se escogió uno de los grupos para implementar algunas estrategias metodológicas y didácticas tales como dominós y bloques lógicos de Dienes.

El objetivo del dominó se enfocó en desarrollar las habilidades y destrezas que tienen los estudiantes a la hora de desarrollar operaciones con productos notables y casos de factorización. Es decir, mediante el juego se logró estimular los conocimientos que han adquirido a la hora de abordar temas algebraicos y conceptualizar a través de la solución de cada operación indicada en el material.

Posteriormente se utilizaron los bloques lógicos de Dienes, esta actividad consistió en trabajar cada caso de factorización desde su definición hasta ejemplos y realizar algunos ejercicios. Para ello utilizamos cuadrados y rectángulos con medidas exactas y de diferentes tamaños hechas en cartón paja, también se trabajaron bloques hechos en madera para hallar áreas.

Finalmente, se aplicó una prueba donde se evaluaron los dos grupos, teniendo en cuenta el material didáctico que utilizamos para abordar los casos de factorización; es decir, para el desarrollo de las

evaluaciones con el grupo de estudio, se utilizaría como apoyo el material didáctico para resolver la prueba, mientras que el grupo de control la desarrollaría sin tener ningún tipo de apoyo didáctico.

3.4 Aplicación de los instrumentos.

3.4.1 Población y muestra.

Población: este trabajo de investigación se desarrolló en la Institución Educativa Ángel María Paredes de la ciudad de Neiva del departamento del Huila.

Muestra: la investigación se realizó en el grado noveno, la cual constaba de 26 estudiantes.

Esta muestra entendida como un subconjunto de la población, fue tomada con un 100% de la población del grado noveno, es decir con los 26 de los 26 estudiantes del grado noveno, puesto que en la jornada de la mañana en la institución no cuenta con más estudiantes de grado noveno.

Esta muestra permitió realizar el estudio en un 100% de la población del grado noveno, lo cual permitió obtener un índice de confiabilidad mayor en nuestra investigación.

3.5 Técnicas e instrumentos para la recolección de datos

Para la recolección de datos (Hurtado, 2006) nos dice que durante un ciclo de investigación acción se conforma de cuatro fases las cuales son: planificación, acción, observación y reflexión.

Para la primera fase denominada por diferentes autores como diagnóstico, se realizará una reflexión inicial a través de la observación de un agente investigador. Para desarrollar dicho diagnóstico es necesario hacer uso de diferentes herramientas durante el proceso de recolección de datos, tales como encuestas, diálogos, talleres, test, etc, que estén ligadas con el proceso de estudio. Esta observación se

ejecutará en los estudiantes del grado noveno de la Institución Educativa Ángel María Paredes de la ciudad de Neiva, con la ejecución, en primera instancia, de un pre-test con el fin de identificar las falencias de tipo algebraico que los estudiantes poseen. A partir del resultado de esta primera fase se proseguirá a la elaboración, recopilación y ejecución de estrategias para dar marcha a la segunda fase.

En la segunda fase denominada planeación, se empezará a realizar un estudio de los resultados de la primera fase, arrojando resultados de las diferentes dificultades que poseen los estudiantes, así mismo se plantearán las hipótesis y se diseñarán las posibles variables que nos ayuden a responder interrogantes como: ¿qué estrategias tomar para superar estas dificultades?, y ¿cómo aplicar dichas estrategias? Al resolverlos tendremos nuestros objetivos claros en cuanto a la elaboración e implementación del material lúdico-didáctico para el fortalecimiento del proceso de enseñanza-aprendizaje de los casos de factorización.

En la tercera fase se dará inicio a la ejecución de la planificación. Este es el punto donde se empezarán a ejecutar y desarrollar las actividades en donde el educando comenzará a vivenciar los procesos de aprendizaje con el material manipulable o los diferentes elementos didácticos. En el desarrollo de esta fase pueden surgir otros tipos de variables, por esto es necesario que las planificaciones de las actividades sean flexibles a la ejecución de este tipo de cambios. Para el proceso de recolección de datos se harán uso de diferentes herramientas tales como evaluaciones escritas, participación en clase, ejercicios, etc.

La fase de acción, ejecuta las actividades diseñadas en la segunda fase para proceder a un pos diagnóstico que permita evidenciar la efectividad de las herramientas aplicadas, y así mismo, nos enfocará hacia las diferentes virtudes y dificultades de la investigación con el propósito de mejorar en la solución de problemas.

Para finalizar, en la cuarta fase, denominada fase de reflexión, se procederán a analizar los resultados obtenidos. Es aquí donde la estadística juega un papel importante en nuestra investigación, puesto que nos permitirá interpretar, analizar y sacar conclusiones de los datos obtenidos en fases anteriores. La utilización de evaluaciones y encuestas realizadas antes y después de la ejecución del material didáctico, generan un grado de efectividad al momento de interpretar los resultados positivos y negativos de las estrategias utilizadas para factorizar polinomios.

Por otra parte “para la determinación de las particularidades del desarrollo intelectual es necesario utilizar un conjunto de métodos, entre los cuales tenemos: La observación directa. charla con los estudiantes, análisis de los datos biográficos, análisis de los productos de la actividad y experimento natural”. (Galindo, 2013)

3.5.1 La observación

“La observación se define como la acción de examinar algo mediante la vista con objeto de recolectar información. Por lo tanto, la observación no se limita a la fijación de la vista sobre un objeto o sujeto, sino que implica tomar conciencia de una serie de datos y características y proceder a su análisis”. (Mx, 2015)

3.5.2 Diálogo

Se hará uso de este mediante diferentes entrevistas con los estudiantes y profesores, para preguntar qué tipos de metodologías de enseñanza y aprendizaje de la matemática se implementaban en la institución en años anteriores. De este modo, será el medio de comunicación entre estudiantes, profesores e investigadores.

3.5.3 Pre-test

Es un cuestionario con preguntas de selección múltiple, cuyo objetivo es analizar los resultados y así indagar sobre las diferentes dificultades que los estudiantes presentan en temas como operación de

números naturales, leyes de signos, operación de polinomios y temas pertinentes a la programación del plan de estudios del área de matemáticas del grado noveno del colegio Ángel María Paredes.

3.5.4 Post-test.

Como es en el caso del pre-test, es un cuestionario de preguntas de selección múltiple, con la diferencia de que este se aplicará al final de la aplicación de las estrategias de aprendizaje, con el propósito de evaluar la eficiencia de las metodologías aplicadas.

3.5.5 Fotografías

“Es una de las herramientas que evidencian el desarrollo de las propuestas planteadas en el ejercicio de investigación” (Galindo, 2013). Estas fotografías serán tomadas en el aula de clases a los estudiantes, evidenciando las fases de la investigación y manipulación del material.

3.5.6 Evaluación y tabulación.

A continuación, se mencionará el tipo de evaluación al cual será aplicado a los diferentes resultados de la investigación, es decir, resultados del pre-test, post-test, ejercicios en clase, participación, entre otros factores.

Grado único: Noveno

Escala de notas de la institución

ESCALA NACIONAL	ESCALA INSTITUCIONAL	ESCALA EN RANGOS.	
		LITERALES	RANGOS
DESEMPEÑO SUPERIOR	SUPERIOR	Su	4,7 – 5,0
DESEMPEÑO ALTO	ALTO	Al	4,0 – 4,6

DESEMPEÑO BÁSICO	BÁSICO	Bs	3,0 – 3,9
DESEMPEÑO BAJO	BAJO	Bj	1,0 – 2,9

Construcción de los intervalos

De acuerdo a la anterior tabla de evaluación de desempeño se procederá a insertar los resultados del pre-test, así como también los del post-test en la siguiente tabla para su respectivo análisis.

EVALUACIÓN DEL PRE-TEST					
NOTA	<i>X</i>	<i>Fi</i>	<i>hi</i>	<i>FI</i>	<i>HI</i>
[0,1)					
[1,2)					
[2,3)					
[3,4)					
[4,5]					
TOTAL					

EVALUACIÓN DEL POST-TEST					
NOTA	<i>X</i>	<i>Fi</i>	<i>hi</i>	<i>FI</i>	<i>HI</i>
[0,1)					
[1,2)					
[2,3)					
[3,4)					
[4,5]					
TOTAL					

En donde:

Rango: X Máximo - X Mínimo

Rango: $5 - 0 = 5$

Número de intervalos: $m = 5$

Amplitud $A = \text{rango} / m$

Por lo tanto, la amplitud será, $A = \frac{5}{5} = 1$

Para la evaluación del pre-test se va a realizar una tabla de 5 intervalos con escala de 1 a 5 donde se utilizarán las siguientes variables X , fi , hi , FI y HI .

Para determinar el promedio o media aritmética, se utilizará la expresión:

La Media Aritmética: $\underline{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$

CAPITULO IV

4. Aplicación de estrategias

4.1 Prueba diagnóstica (Pre-test)

En la Institución Educativa Ángel María Paredes se llevó a cabo una prueba diagnóstica en la clase de matemáticas con la presencia de la docente Ángela María Goretti y 26 estudiantes. Esta prueba consistió en resolver operaciones de diferentes expresiones algebraicas, preguntas abiertas sobre preconceptos de la factorización, aplicaciones de la factorización para hallar áreas y volúmenes de diferentes figuras geométricas y finalmente realizar procedimientos empleando diferentes algoritmos y teoremas.

4.2 Estrategia didáctica

Para abordar nuestro problema de investigación se llevaron a cabo aproximadamente 16 clases para un total de 36 horas; durante el transcurso de estas horas se trabajaron los conceptos o definiciones de los casos de factorización, pero estos se trabajaron a partir de la construcción, es decir, se abordó la temática a través de los conocimientos previos, habilidades y actitudes adquiridos por los estudiantes y del aprendizaje significativo que llevan hasta el momento en su proceso de formación. (Ausubel, 19 83) define que el aprendizaje significativo, es cuando se relaciona la nueva información con lo que el alumno ya sabe, es decir, el estudiante puede incorporar nueva información en las estructuras internas de conocimiento que ya posee. Esto lo señala Ausubel como asimilación del nuevo conocimiento. Es así que el material presentado al alumno adquiere significado al relacionarse con el conocimiento anterior.

Partiendo de estos principios procedimos a trabajar con algunos casos de factorización, tales como factor común, factor común por agrupación de términos, diferencia de cuadrados, trinomio cuadrado perfecto y cubo perfecto de binomios.

4.3 Aplicación de estrategias.

Se organizaron a los estudiantes en grupos de tres para trabajar con el dominó de factorización, esta actividad consistió en establecer una relación entre diferentes expresiones algebraicas con su respectiva factorización; el dominó estaba conformado por 24 fichas las cuales se repartieron equitativamente entre los estudiantes, ganaba el estudiante que quedará sin fichas. Esta actividad buscaba fortalecer los conocimientos matemáticos que el estudiante ha adquirido mientras está jugando. Además de fomentar creatividad, reconocimiento y buen uso de los diferentes casos de factorización.

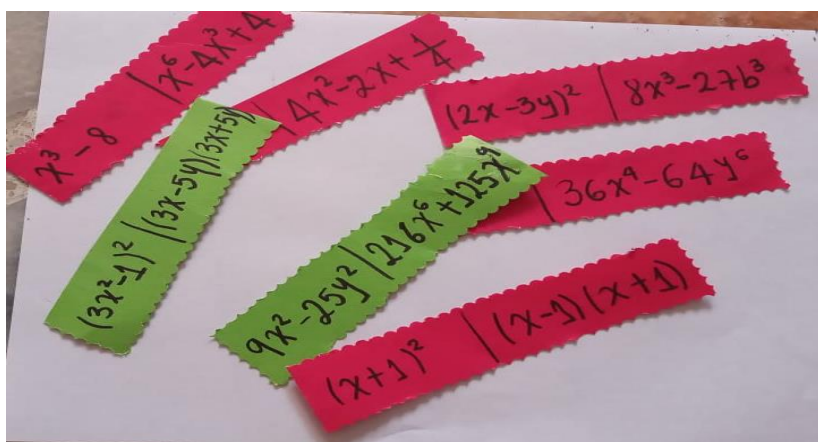


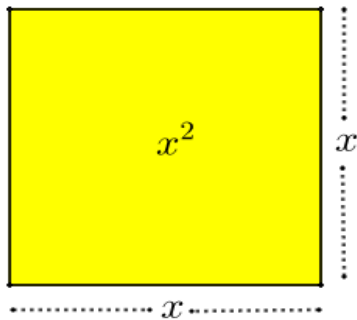
Figura 1: Fichas de Dominó.

4.3 Bloques lógicos de Dienes.

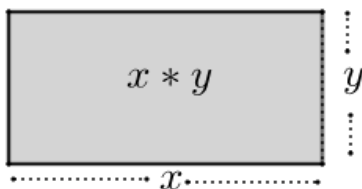
Es una estrategia metodológica que se usa para el aprendizaje de los casos de factorización. Esta consta de figuras geométricas (cuadrados y rectángulos). Este material fue realizado en cartón paja, cada estudiante debía tener suficiente material para resolver los ejercicios propuestos. Así mismo, se trabajaron con figuras en tercera dimensión, cubos hechos en madera.

Las figuras con las que se trabajaron fueron:

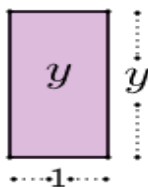
Un cuadrado de lado x , luego su área es $x * x = x^2$, con medidas de 12 cm * 12 cm de color amarillo.



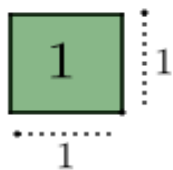
Un rectángulo de lados x y y , luego su área es $x * y$, con medidas de 12 cm * 7 cm de color gris.



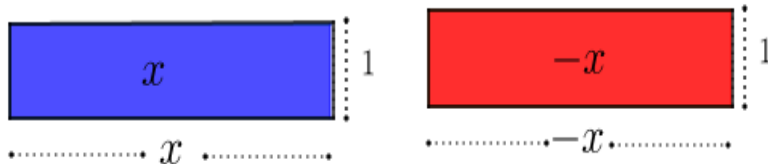
Un rectángulo de lados 1 y y , luego su área es $1 * y = y$, con medidas de 7 cm * 2,5 cm de color morado.



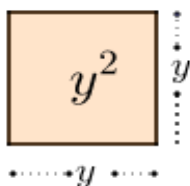
Un cuadrado de lado 1, luego su área es $1 * 1 = 1$, con medidas de 2,5 cm * 2,5 cm de color verde.



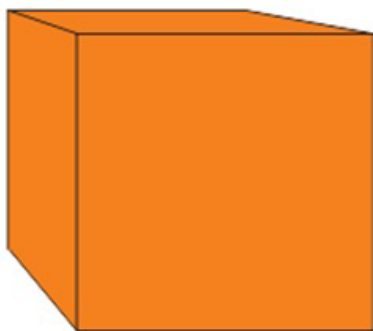
Un rectángulo de lados 1 y x , luego su área es $1 * x = x$, con medidas de 12 cm * 2,5 cm de color azul los positivos y de rojo los negativos.



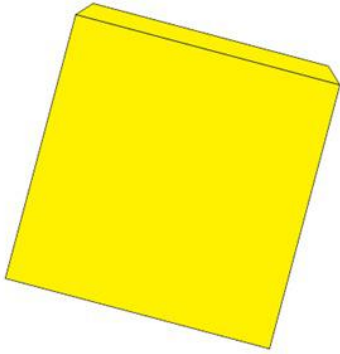
Un cuadrado de lado y luego su área es $y * y = y^2$



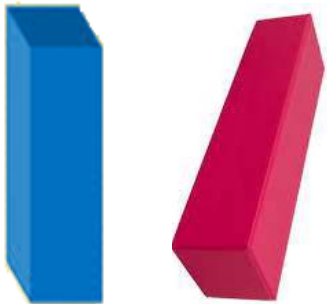
Un cubo de arista x , luego su volumen será $V = x * x * x = x^3$, con medidas de 10 cm * 10 cm de color naranja.



Un paralelepípedo o caja, de ancho 1, altura x , profundidad x luego su volumen será $V = 1 * x * x = x^2$, con medidas de 10 cm * 10 cm de color amarillo.



Un paralelepípedo, caja o bloque de ancho 1, altura x , profundidad 1 luego su volumen será $V = 1 * x * 1 = x$, con medidas de 10 cm * 10 cm de color azul los positivos y de rojo los negativos.



Un cubo de arista 1, luego su volumen será $V = 1 * 1 * 1 = 1$, con medidas de 2,5 cm * 2,5 cm de color verde.



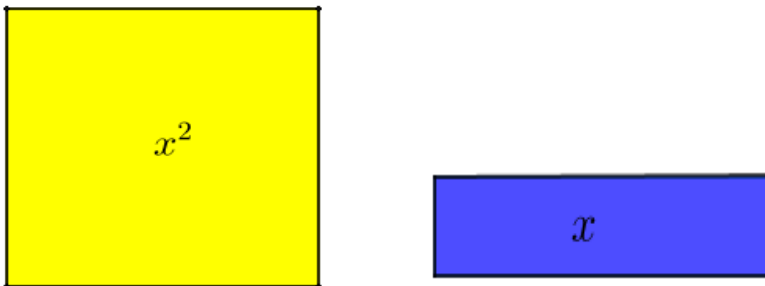
Se explica a los estudiantes la manera como se utilizan los rectángulos, cuadrados y cubos:

La actividad consiste en formar rectángulos con todas las figuras y determinar su área, es decir, se da una expresión algebraica la cual al ser reemplazada con las figuras geométricas encontraremos su factorización.

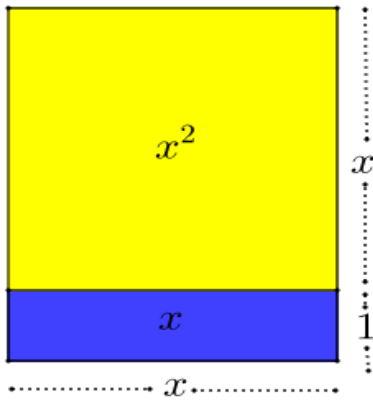
A continuación, se mostrarán algunos ejemplos desarrollados durante las sesiones explicativas.

Ejemplo 1: Factorizar la expresión $x^2 + x$

Para esta expresión necesitamos un cuadrado de color amarillo cuya área es x^2 y un rectángulo de color azul con área x .



Los cuadriláteros utilizados son: $x^2 + x$, los cuales se colocan de manera que algunos de sus lados coincidan con la medida exacta, y tratando de formar un cuadrado o un rectángulo.



Las dimensiones de los lados del rectángulo son:

Base: x

Altura: $x + 1$.

Por lo tanto su área será $A = x(x + 1)$, que es la factorización buscada.

La factorización de la expresión $x^2 + x$ da cuenta de un rectángulo de lados x y $(x + 1)$

En este ejemplo se forma un rectángulo, la base corresponde a x y la altura a $(x + 1)$.

Cada estudiante debe estar muy concentrado, visualizando la dinámica del profesor con las figuras e ir haciendo lo mismo con las suyas. El profesor hace ejercicios pegando los cuadrados y rectángulos en el tablero y explica el proceso para formar la figura según el caso, teniendo en cuenta el valor que se obtiene en la base y en la altura de ésta.

Se espera que con la aplicación de la estrategia didáctica los estudiantes identifiquen que se pueden resolver expresiones de la siguiente forma $x^2 + bx + c$ y $ax^2 + bx + c$, productos notables, entre otras.

4.4 Desarrollo de la estrategia didáctica

Para la implementación de la estrategia didáctica, se hizo la transición de lo complejo a lo concreto (formación de las áreas geométricas dentro de la resolución de las ecuaciones algebraicas) y finalmente la comprobación y evaluación.

- En un primer momento se hizo un diagnóstico a la población; esta actividad se realizó con el fin de identificar los conocimientos de los estudiantes y sus saberes previos sobre el tema.
- En un segundo momento se procedió a la búsqueda de estrategias metodológicas que facilitaran el proceso de enseñanza de la factorización para fortalecer los aprendizajes de los estudiantes.
- En un tercer momento se procedió a la aplicación y manipulación del material concreto, se les enseñó a los estudiantes como utilizarlo, se les aclaró que para la utilización del material se tendrán en cuenta los postulados del álgebra geométrica, es decir, el de formar las áreas de cuadrados y rectángulos expresados en términos de base por altura.
- En un cuarto momento se evalúa la estrategia aplicada y se hace un análisis de las actividades realizadas.

4.5 Descripción del material

Utilizando los conceptos de aprendizaje significativo de Ausubel, se desarrolló dicha estrategia (Material Didáctico como Potenciador del Proceso de Enseñanza Aprendizaje de la Factorización). También se tuvo en cuenta los postulados de Euclides sobre el álgebra geométrica de los griegos (Herrera, 2011), cuyo método es la implementación de bloques en la enseñanza del álgebra, específicamente la geométrica y la demostración de áreas (base por altura $b \cdot h$).

Las figuras geométricas (rectángulos y cuadrados) se pueden elaborar de diversos materiales y dimensiones de acuerdo a su uso, preferiblemente de diferentes colores para poder diferenciar las áreas y las unidades de las mismas. Los materiales más usados son: lija para franela, figuras imantadas para tablero magnético, madera, entre otros; realmente lo más importante es la medida de las figuras.

Se tiene en cuenta que las letras pueden ser reemplazadas así: “la x , por la letra a ; la y por la letra b ”.

Observación:

Es importante resaltar que, si el lector desea desarrollar esta metodología, existen varios aspectos a tener en cuenta para la construcción del material, debido a las dificultades que se pueden presentar al momento de desarrollar las actividades.

- Los cuadrados pequeños no cubren exactamente los rectángulos, para esto podemos con trabajar con medidas que no tengan múltiplos en común.
- Los rectángulos no cubren exactamente los cuadrados grandes; de igual manera trabajaremos con medidas que no tengan mínimo común múltiplo.

Estas recomendaciones se hacen con el fin de que, en el momento de empezar a construir rectángulos con las figuras, las fichas van a encajar de forma precisa; en efecto obtendremos una figura perfectamente construida la cual nos va a determinar el valor de cada lado y en consecuencia su respectiva factorización.

El material para cada estudiante fue:

- 24 fichas de dominó por cada tres estudiantes.
- 2 cuadrados color amarillo de $12\text{ cm} * 12\text{ cm}$.
- 3 rectángulos color gris de $12\text{ cm} * 7\text{ cm}$.
- 10 cuadrados color verde de $2,5\text{ cm} * 2,5\text{ cm}$.
- 10 rectángulos color morado de $7\text{ cm} * 2,5\text{ cm}$.
- 12 rectángulos de $12\text{ cm} * 2,5\text{ cm}$ de color azul las positivas.
- 12 rectángulos de $12\text{ cm} * 2,5\text{ cm}$ de color rojo las negativas.
- 10 paralelepípedos de $10\text{ cm} * 2,5\text{ cm}$ de color azul las positivas.
- 10 paralelepípedos de $10\text{ cm} * 2,5\text{ cm}$ de color rojo las negativas.
- 10 paralelepípedos de $10\text{ cm} * 10\text{ cm}$ de color amarillo.
- 10 cubos de $2,5\text{ cm} * 2,5\text{ cm}$ de color verde.

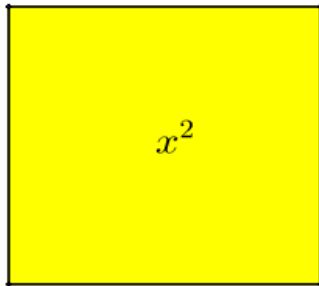
- 2 cubos de 10 cm * 10 cm de color naranja.

El objetivo es que cada estudiante tenga en sus manos un grupo de figuras con las especificaciones, lápiz y papel, para verificar teóricamente algunos de los casos de factorización que a continuación se expondrán de acuerdo a esta propuesta.

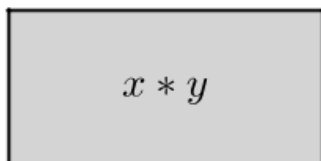
4.6 Casos de factorización

4.6.1 Factor común.

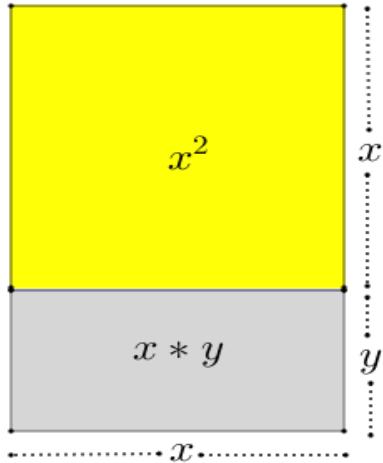
Para factorizar construyamos un cuadrado de lado x , es decir su área es $x * x = x^2$.



Ahora construyamos un rectángulo de lados x y y , entonces su área es $x * y$.



Si la representamos a través de los bloques nos queda de la siguiente manera:



Las dimensiones de los lados del rectángulo son:

Base: x

Altura: $x + y$.

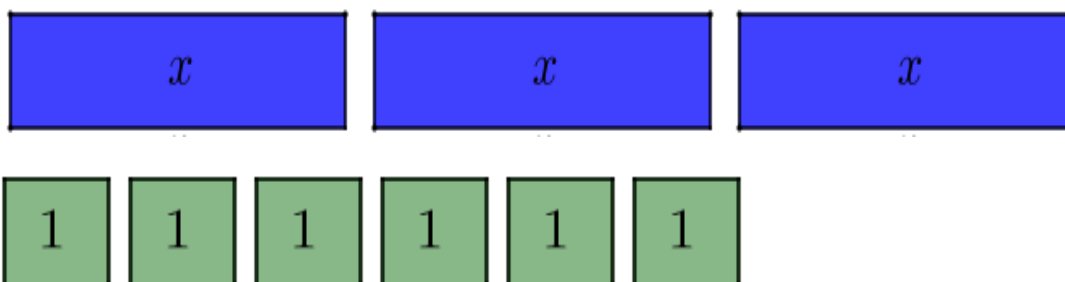
Por lo tanto su área será $A = x(x + y)$, que es la factorización buscada.

El área de este rectángulo es $x(x+y)$ por lo tanto, $x^2 + xy = x(x+y)$. Se puede observar con detenimiento que el lado que es compartido por las dos figuras, determina el factor común entre los dos términos.

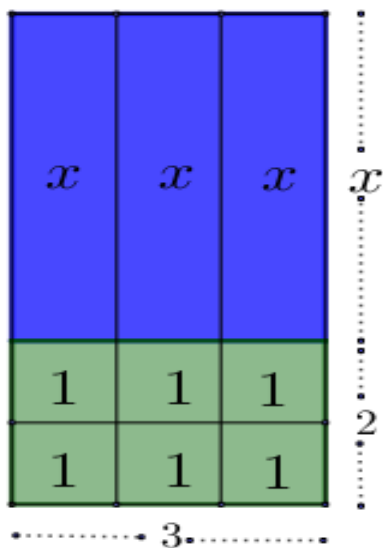
Ejercicio 1: Factoriza la expresión $3x+6$.

Para factorizar esta expresión necesitamos tres rectángulos de color azul cuya área es x y seis cuadrados de color verde con área 1.

Geoméricamente tenemos:



Agrupemos las distintas figuras de tal forma que coincidan sus lados comunes y podamos formar un rectángulo.



Las dimensiones de los lados del rectángulo son:

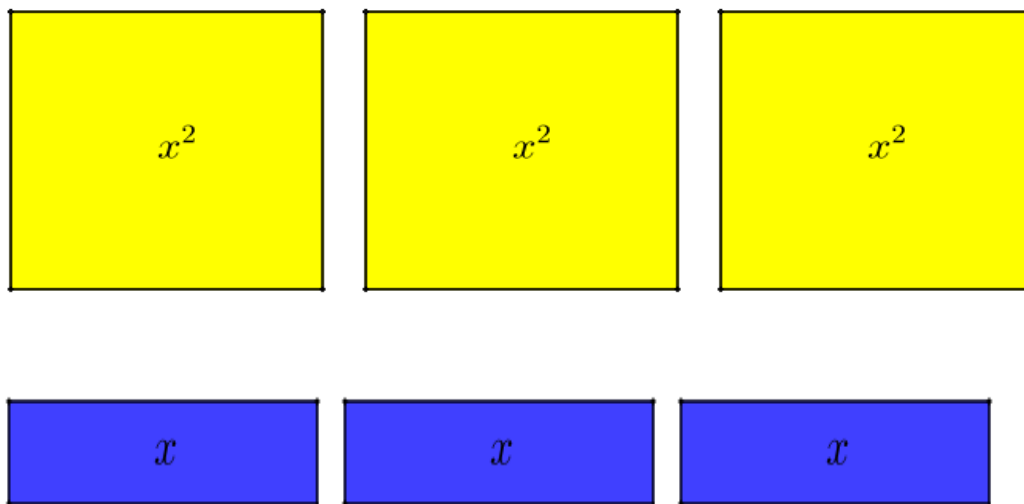
Base: 3

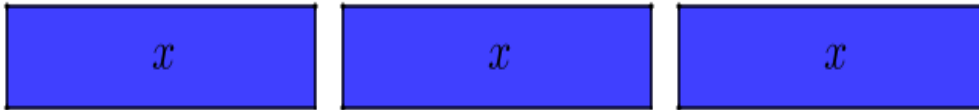
Altura: $x + 2$

Por lo tanto su área será $A = 3(x + 2)$, que es la factorización buscada.

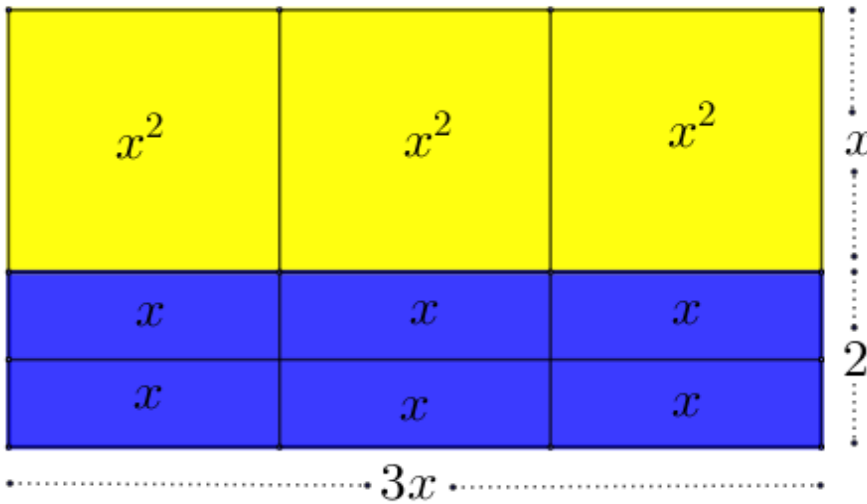
Ejercicio 2: Factoriza la expresión $3x^2 + 6x$

Para factorizar esta expresión necesitamos tres cuadrados de color amarillo cuyas áreas son x^2 y seis rectángulos de color azul con área x .





Agrupemos las distintas figuras de tal forma que coincidan sus lados comunes.



Las dimensiones de los lados del rectángulo son:

Base: $3x$

Altura: $x + 2$

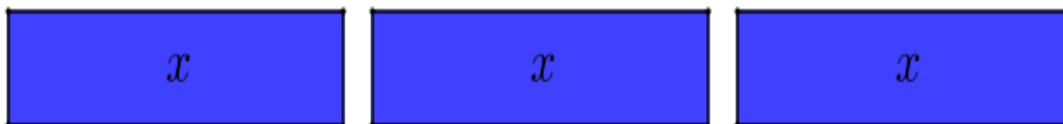
Por lo tanto su área será $A = 3(x + 2)$, que es la factorización buscada.

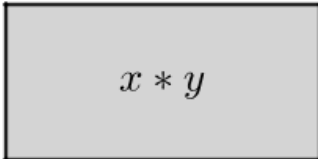
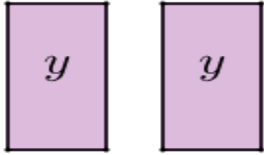
4.6.2 Factor común por agrupación

Ejercicio 1: Factoriza $3x + 2y + 6 + xy$

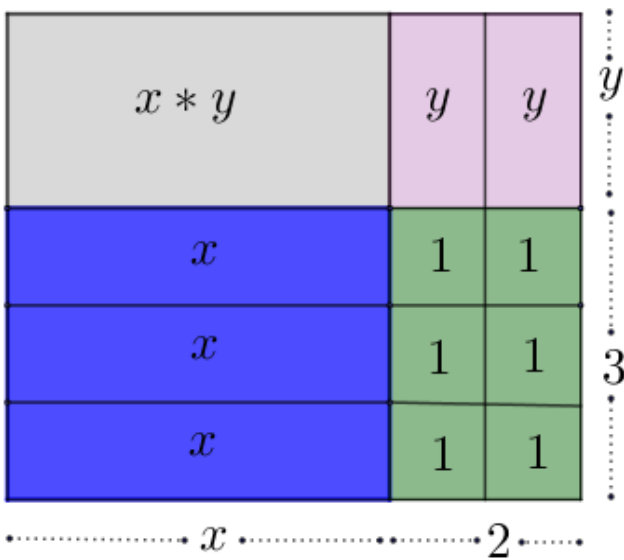
Para factorizar esta expresión necesitamos tres rectángulos de color azul con área x , dos rectángulos de color morado con área y , seis cuadrados de color verde cuya área es 1 y finalmente un rectángulo de color gris con área $x * y$.

Representemos geoméricamente cada uno de sus términos:





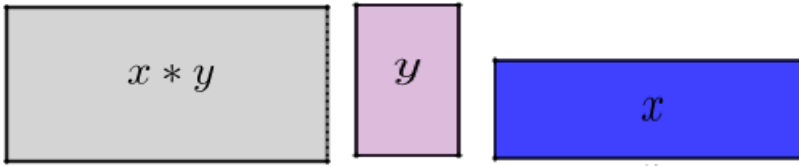
Agrupemos las distintas figuras de tal forma que coincidan sus lados comunes.



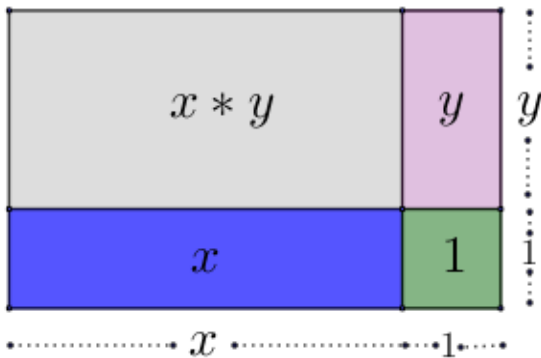
Las dimensiones de los lados del rectángulo son:
 Base: $x + 2$
 Altura: $y + 3$
 Por lo tanto su área será $A = (x + 2)(y + 3)$, que es la factorización buscada.

Ejercicio 2: Factoriza $xy + y + x + 1$

Para factorizar esta expresión necesitamos un rectángulo de color gris cuya área es $x * y$, un rectángulo de color morado con área y , un rectángulo de color azul cuya área es x y finalmente un cuadrado de color verde con área x .



Agrupemos las distintas figuras de tal forma que coincidan sus lados comunes.



Las dimensiones de los lados del rectángulo son:

Base: $x + 1$

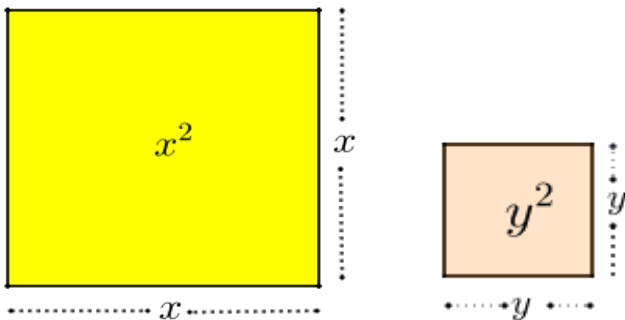
Altura: $y + 1$

Por lo tanto su área será $A = (x + 1)(y + 1)$, que es la factorización buscada.

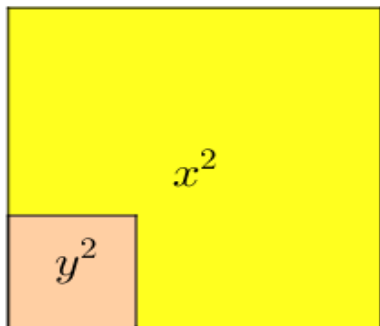
4.6.3 Diferencia de cuadrados perfectos

Se le llama diferencia de cuadrados al binomio conformado por dos términos a los que se les puede sacar raíz cuadrada exacta.

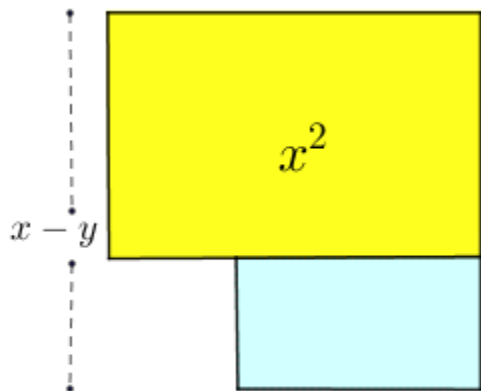
Para ello construiremos un cuadrado de lado x y otro de lado y cuya área es x^2 y y^2 respectivamente.



Como su nombre lo indica es diferencia de cuadrados, es decir, al cuadrado grande “ x^2 ” vamos a restarle el cuadrado pequeño “ y^2 ”, así:

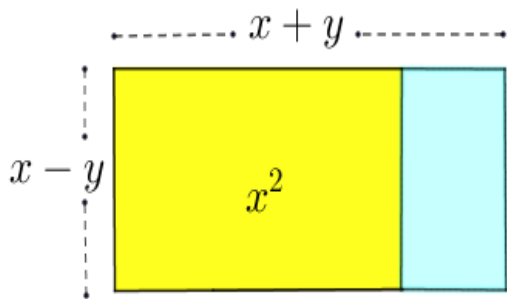


Al quitar el cuadrado de área y^2 , al cuadrado de área x^2 y dividir el área restante gráficamente se obtiene:



Ahora, intentaremos formar un rectángulo

La grafica anterior es equivalente a la siguiente figura



Las dimensiones de los lados del rectángulo son:

Base: $x + y$

Altura: $y - 1$

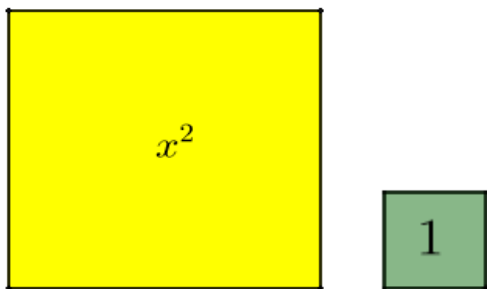
Por lo tanto su área será $A = (x + y)(y - y)$, que es la factorización buscada.

Así podemos concluir que las áreas que inicialmente teníamos eran $x^2 - y^2$, al realizar la diferencia obtuvimos un nuevo rectángulo con medidas $(x + y)(x - y)$, por tanto esa es su factorización.

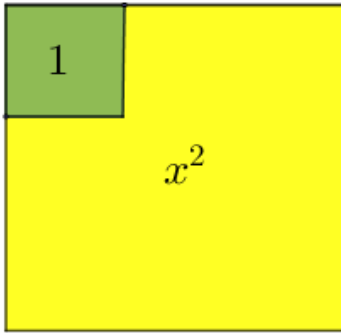
$$x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$$

Ejercicio 1: Factoriza la expresión $x^2 - 1$

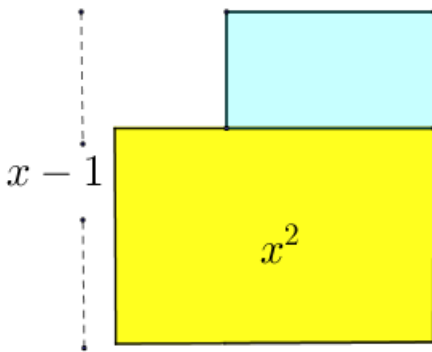
Para representar los términos de esta diferencia necesitamos un cuadrado de color amarillo cuya área es x^2 y un cuadrado de color verde con área 1.



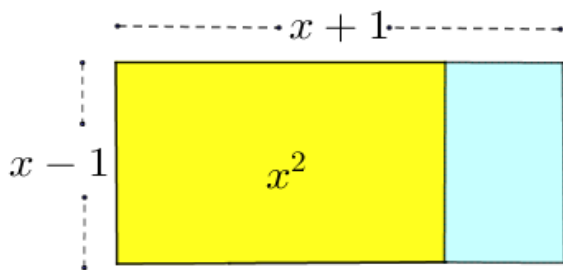
El cuadrado de área 1 se sobrepone al cuadrado de área x^2 , debido a que es una diferencia, así:



Al quitar el cuadrado de área 1, al cuadrado de área x^2 , gráficamente se obtiene:



Ahora intentamos formar un rectángulo con las figuras obtenidas.



Podemos observar que dimensiones de los lados del rectángulo son:

Base: $x + 1$

Altura: $x - 1$

Por lo tanto su área será $A = (x + 1)(x - 1)$, que es la factorización buscada.

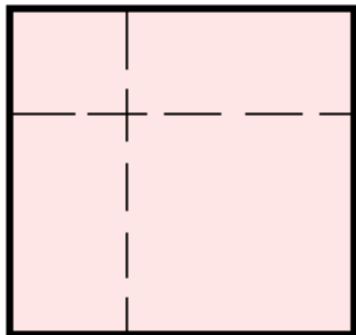
4.6.4 Trinomio cuadrado perfecto.

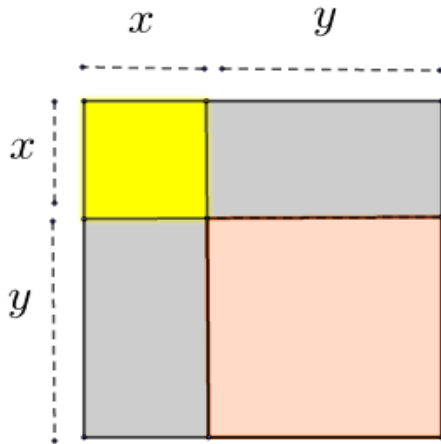
Para factorizar trinomios debe tenerse en cuenta que si la figura formada es un cuadrado, se estará factorizando un trinomio cuadrado perfecto de la forma $x^2 + bx + c$ o si la figura formada tiene más de una figura de x^2 y forma un rectángulo, se estaría factorizando un trinomio de la forma $ax^2 + bx + c$.

Construimos un cuadrado.



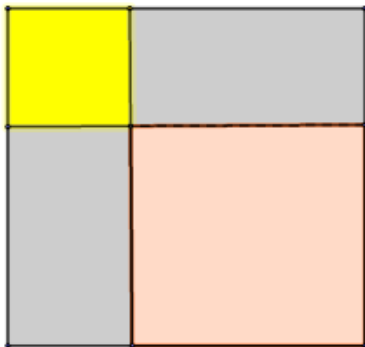
A este cuadrado le vamos a realizar dos divisiones, así





Como no son medidas específicas llamaremos a sus lados x y y respectivamente.

Ahora hallaremos las áreas de cada una de estas figuras



Ahora vamos a averiguar cuál es el área del cuadrado

Lo primero que hacemos es mirarlo como una suma de áreas, así:

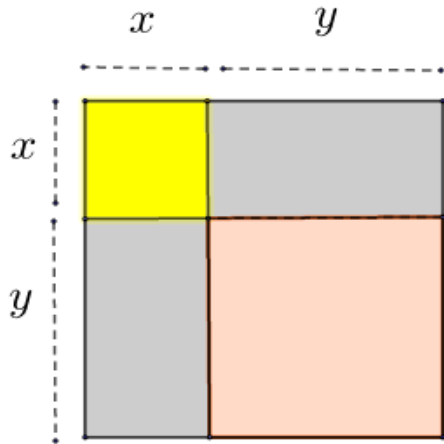
$$x^2 + xy + xy + y^2$$

Agrupamos términos semejantes

$$x^2 + 2xy + y^2$$

Ahora hallaremos el área del cuadrado inicial, pero teniendo en cuenta la base y la altura (lado por lado)

del mismo, es decir no tendremos en cuenta las divisiones realizadas:



De esta manera tenemos que las dimensiones de los lados del cuadrado son:

Base: $(x + y)$

Altura $(x + y)$

Por lo tanto su área será $A = (x + y)(x + y)$, que es la factorización buscada.

Luego estas dos expresiones serían iguales porque ambas están dando el área del cuadrado

$$x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)(x + y)$$

La primera como la suma de las áreas de las regiones que están dentro del cuadrado y la segunda como la multiplicación de lado por lado.

$$\text{Luego } (x + y)(x + y) = (x + y)^2$$

Así tenemos que:

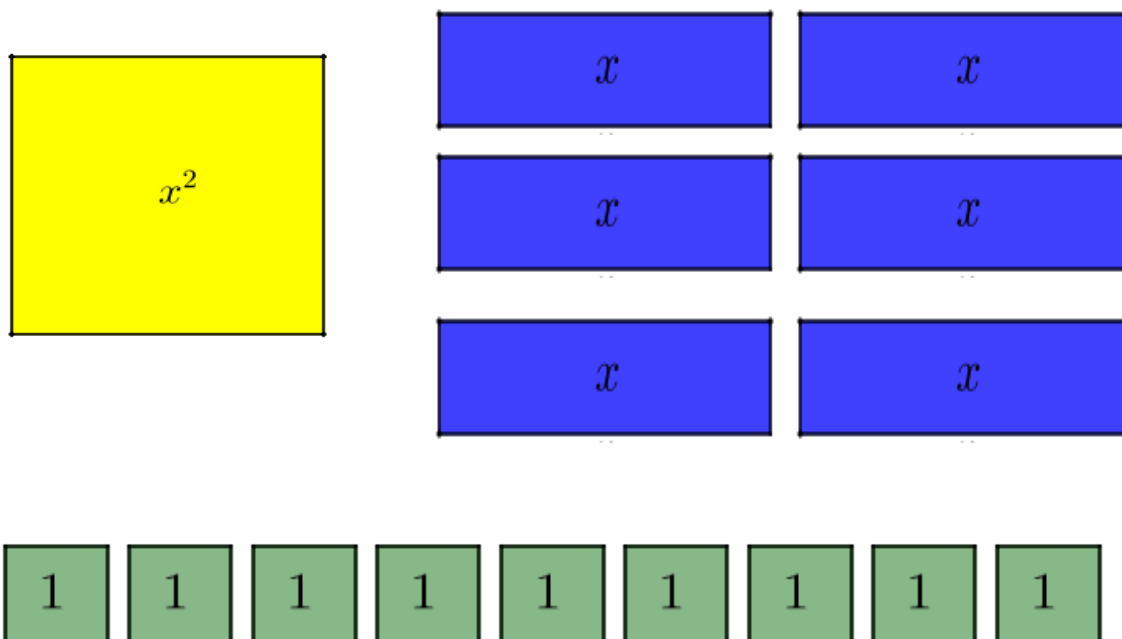
$$x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)(x + y) = (x + y)^2$$

Finalmente concluimos que el caso de trinomio cuadrado perfecto consiste en pasar de un polinomio de tres términos a una multiplicación de dos factores o lo que es lo mismo a un factor elevado al cuadrado.

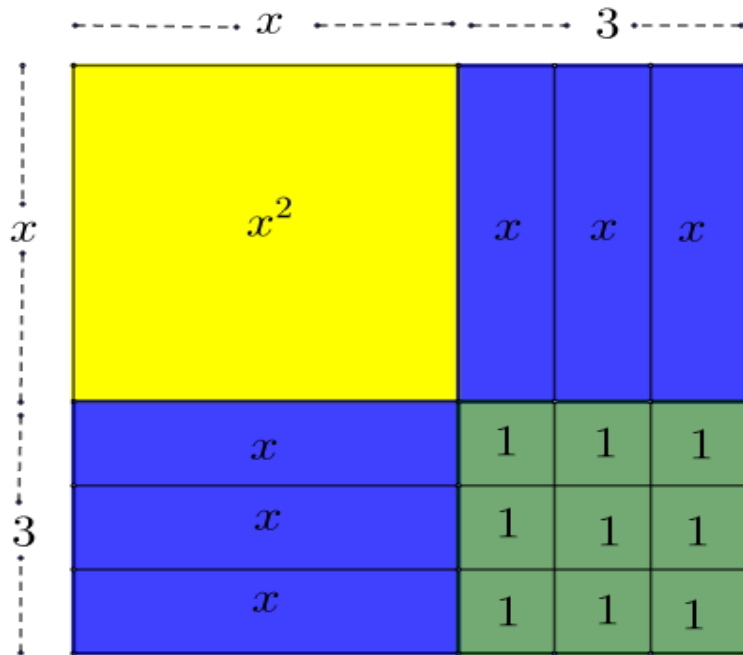
4.6.4.1 Trinomio de la forma $x^2 + bx + c$

Ejercicio 1: Factoricemos el trinomio $x^2 + 6x + 9$

Para factorizar esta expresión necesitamos un cuadrado de color amarillo cuya área es x^2 , seis cuadrados de color verde con área 1 y nueve rectángulos de color azul con área x .



Representemos ahora, el trinomio $x^2 + 6x + 9$, a través de un rectángulo o cuadrado con las fichas mencionadas, la figura quedaría así:



Hallando áreas tenemos por un lado $(x+3)$ y por el otro $(x+3)$

De esta manera tenemos que el área es: $(x+3)(x+3)$

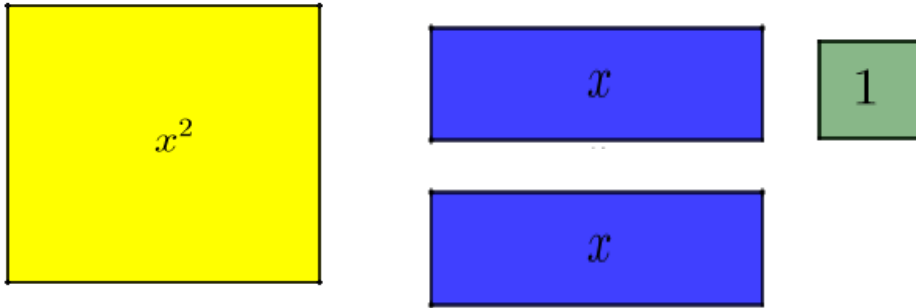
Luego: $(x + 3)(x + 3) = (x + 3)^2$

Así tenemos que:

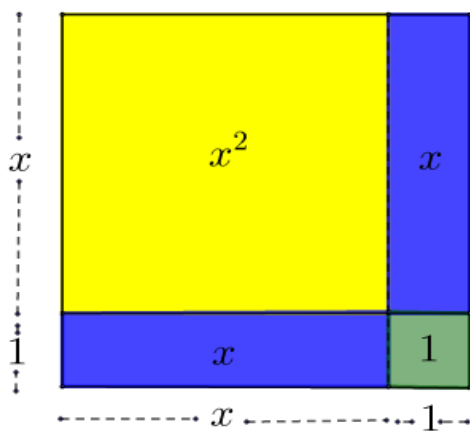
$$x^2 + 6x + 9 = (x + 3)(x + 3) = (x + 3)^2$$

Ejercicio 2: Factoriza la siguiente expresión $x^2 + 2x + 1$

Para factorizar esta expresión necesitamos un cuadrado de color amarillo cuya área es x^2 , dos rectángulos de color azul con área x y un cuadrado de color verde con área 1 .



Ahora, agrupemos las distintas figuras de tal forma que coincidan sus lados comunes.



Las dimensiones de los lados del cuadrado son:

Base: $x + 1$

Altura: $x + 1$

Por lo tanto su área será $A = (x + 1)(x + 1)$,
que es la factorización buscada.

Luego: $(x + 1)(x + 1) = (x + 1)^2$

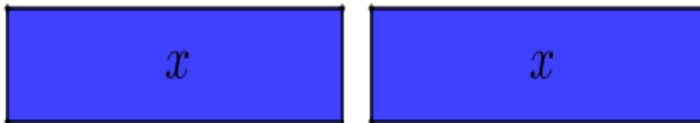
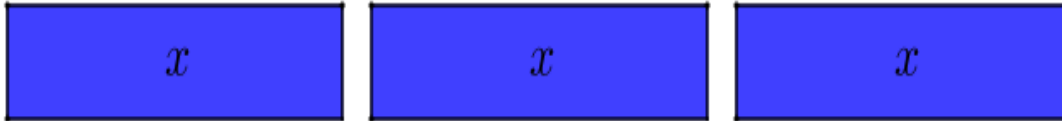
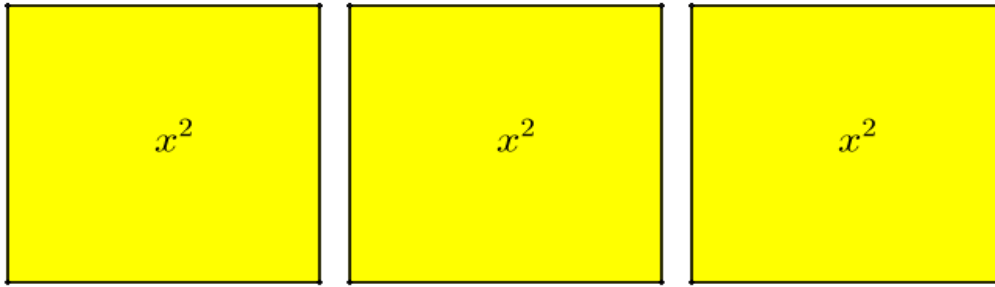
Así tenemos que:

$$x^2 + 2x + 1 = (x + 1)(x + 1) = (x + 1)^2$$

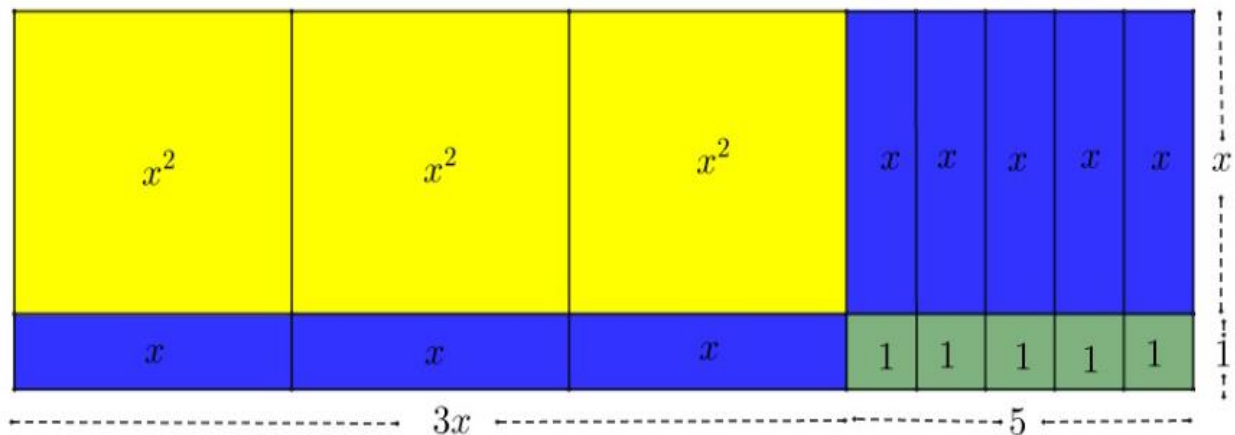
4.6.4.2 Trinomio de la forma $ax^2 + bx + c$

Ejercicio 1: Factoricemos el trinomio $3x^2 + 8x + 5$

Para factorizar esta expresión necesitamos tres cuadrados de color amarillo cuyas áreas son x^2 , ocho rectángulos de color azul con área x y cinco cuadrados de color verde con área 1.



Representemos ahora, el trinomio $3x^2 + 8x + 5$, a través de un rectángulo con las fichas mencionadas, la figura quedaría así:



Hallando las dimensiones de los lados del rectángulo tenemos:

Base: $(3x + 5)$

Altura: $(x + 1)$

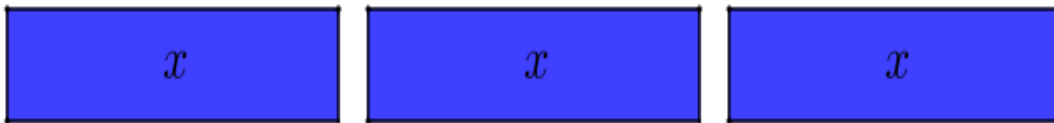
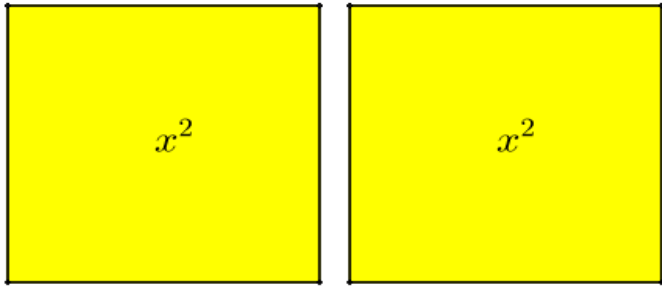
Por lo tanto, su área será $A = (3x + 5)(x + 1)$, que es la factorización buscada.

Luego, tenemos:

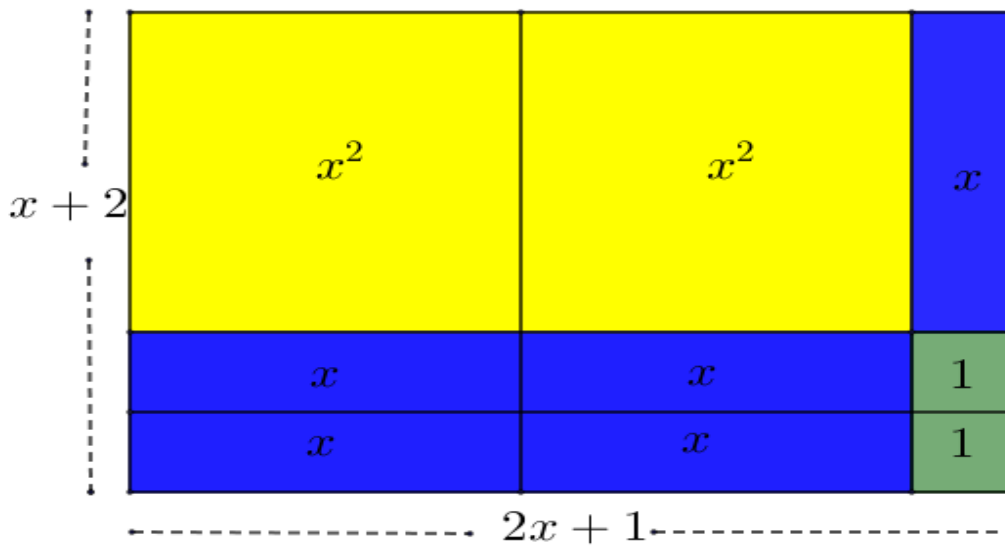
$$3x^2 + 8x + 5 = (3x + 5)(x + 1).$$

Ejercicio 2: Factoriza la expresión $2x^2 + 5x + 2$

Para factorizar esta expresión necesitamos dos cuadrados de color amarillo cuyas áreas son x^2 , cinco rectángulos de color azul con área x y dos cuadrados de color verde con área 1.



Al formar el rectángulo con las fichas mencionadas, la figura quedaría así:



Hallando las dimensiones de los lados del rectángulo tenemos:

Base: $(2x + 1)$

Altura: $(x + 2)$

Por lo tanto su área será $A = (2x + 1)(x + 2)$, que es la factorización buscada.

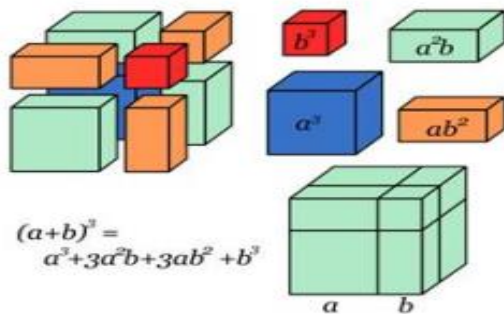
Luego, tenemos:

$$2x^2 + 5x + 2 = (x + 2)(2x + 1).$$

4.6.5 Factorización de cubos.

4.6.5.1 Cubo perfecto de binomios

La factorización de cubos, requiere de figuras tridimensionales, para ello se trabajarán con cubos, y paralelepípedos de diferentes tamaños hechos en madera.

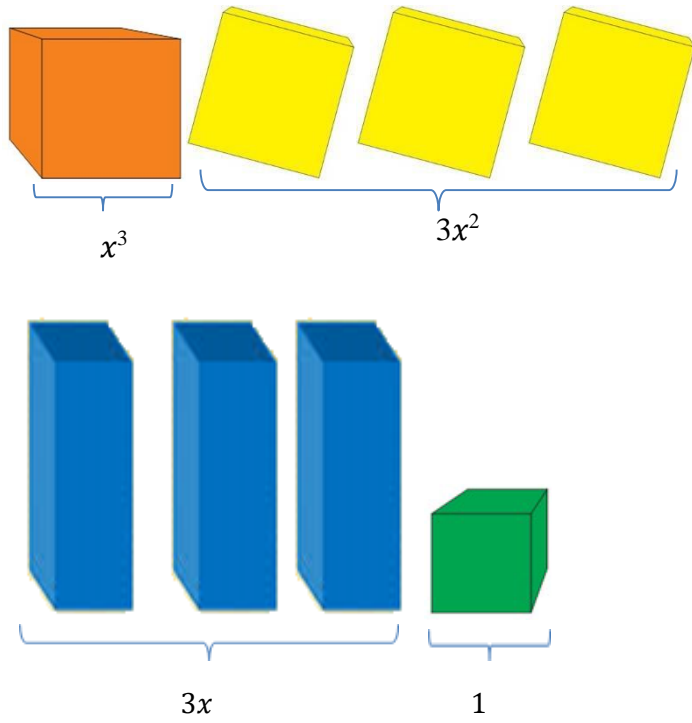


Representación gráfica de cubo perfecto de binomios

Figura 2: Representación Gráfica de Cubos.

Ejemplo 1: Factorizar el siguiente polinomio $x^3 + 3x^2 + 3x + 1$

Para factorizar esta expresión necesitamos un cubo de color naranja cuya área es x^3 , tres paralelepípedos de color amarillo con área x^2 , tres paralelepípedos de color azul con área x y finalmente un cubo de color verde con área 1.



Al formar el cubo con las fichas mencionadas, la figura quedaría así:



Figura 3: Representación Gráfica de Cubos Perfectos.

Las dimensiones del cubo están determinadas por el producto de su ancho, largo y profundidad

Ancho: $(x + 1)$

Largo: $(x + 1)$

Profundidad: $(x + 1)$

Por lo tanto su área será $A = (x + 1)(x + 1)(x + 1)$, que es la factorización buscada.

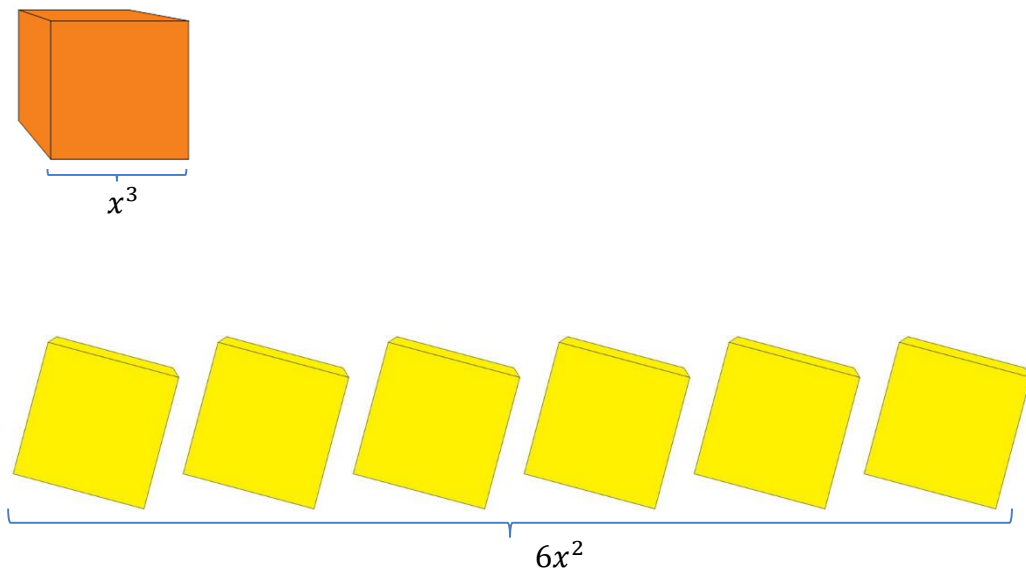
Luego, tenemos:

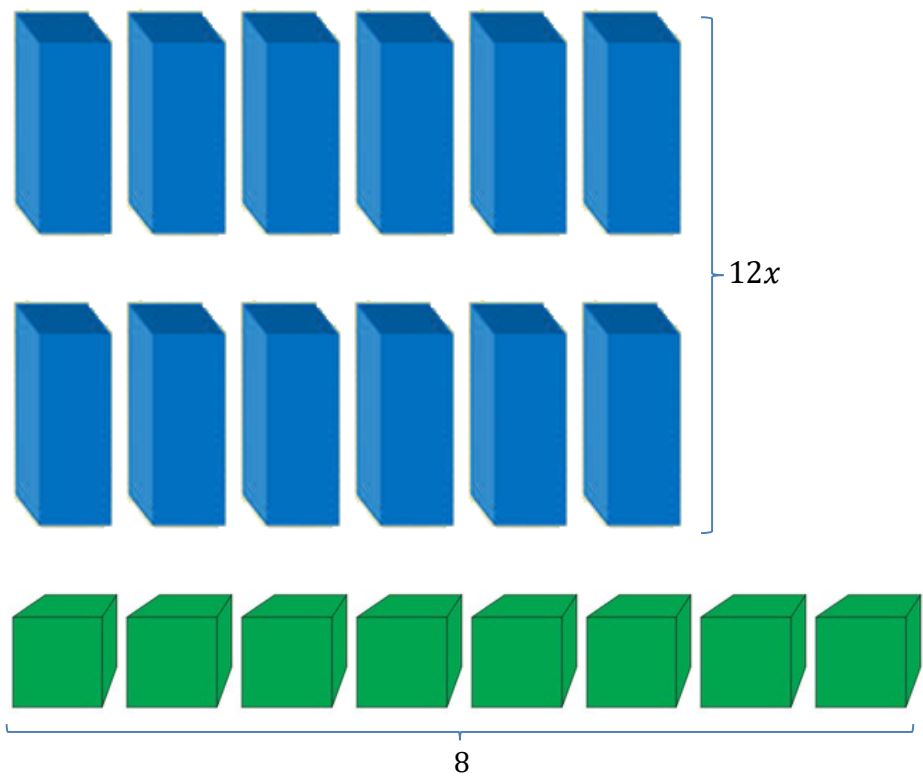
$$x^3 + 3x^2 + 3x + 1 = (x + 1)(x + 1)(x + 1) = (x + 1)^3$$

Ejemplo 2: Factorizar el siguiente polinomio $x^3 + 6x^2 + 12x + 8$

Para factorizar esta expresión necesitamos un cubo de color naranja cuya área es x^3 , seis paralelepípedos de color amarillo con área x^2 , doce paralelepípedos de color azul con área x y finalmente ocho cubos de color verde con área 1.

Representándolo gráficamente tenemos





Al formar el rectángulo con las fichas mencionadas, la figura quedaría así:

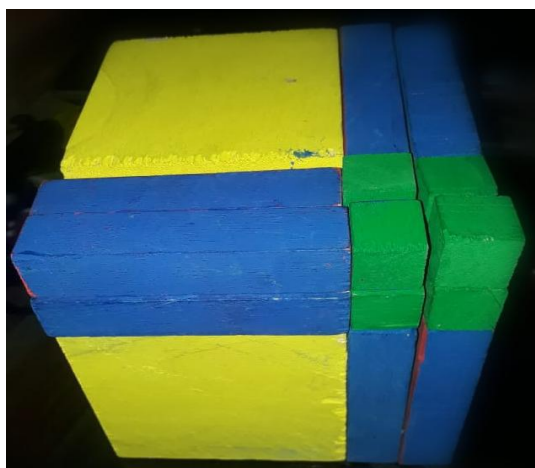


Figura 4: Representación Gráfica de cubos.

Las dimensiones del cubo están determinadas por el producto de su ancho, largo y profundidad

Ancho: $(x + 2)$

Largo: $(x + 2)$

Profundidad: $(x + 2)$

Por lo tanto su área será $A = (x + 2)(x + 2)(x + 2)$, que es la factorización buscada.

Luego, tenemos:

$$x^3 + 6x^2 + 12x + 8 = (x + 2)(x + 2)(x + 2) = (x + 2)^3$$

CAPITULO V

5. Análisis de resultados

5.1 Análisis del pre-test.

Basándonos en el método cuasi-experimental, se aplicó el pre-test a los respectivos grupos, cabe resaltar que los resultados se contrastarán tanto en el grupo experimental (grado noveno de la jornada de la mañana) como en el grupo de control (grado noveno de la jornada tarde); estos resultados servirán como apoyo para la realización del análisis de los datos obtenidos.

A continuación, se procederá a plasmar en tablas y gráficas toda la información recolectada en el pre-test para su respectivo análisis.

5.2 Resultados pre-test grupo de control (Jornada tarde)

En la siguiente gráfica se mostrará el resultado final del pre-test (ver anexo 1) con respecto al número de estudiantes y su respectiva nota.

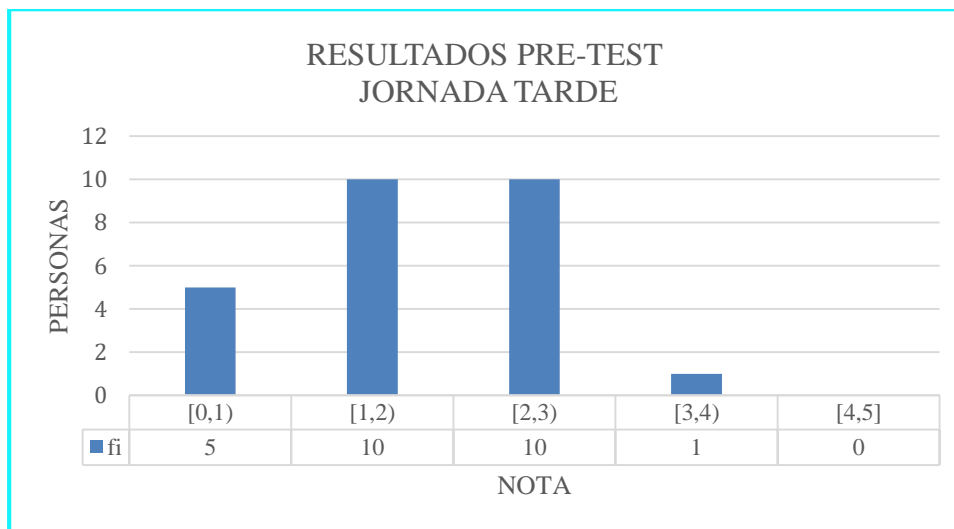


Figura 5: Resultados Pre-test (Jornada Tarde)

De la anterior gráfica podemos concluir que:

- El 19% de los estudiantes tuvieron notas muy bajas, inferiores a 1,0 reflejando con ello el grado de dificultad y el bajo nivel de conocimiento que tienen acerca de los casos de factorización.
- El 38% obtuvieron notas superiores a 1,0 e inferiores a 2,0 lo que indica que la mayoría presentan falencias al realizar procedimientos de la factorización.
- El 38% de los estudiantes tuvieron notas superiores a 2,0 e inferiores a 3,0 lo que indica que los estudiantes tienen nociones sobre factorización y técnicas algebraicas, pero no las maneja de forma apropiada.
- El 4% de la población obtuvo una nota superior a 3,0 e inferior a 4,0 lo que indica que el estudiante establece relaciones y aplica algunas técnicas algebraicas para factorizar diferentes polinomios.
- Finalmente, el 96% de la población no tiene un desempeño básico en el manejo de los casos de factorización.

5.3 Resultados pre-test grupo experimental (grupo mañana)

En la siguiente gráfica se mostrará el resultado final del pre-test (ver anexo 1) con respecto al número de estudiantes y su respectiva nota.

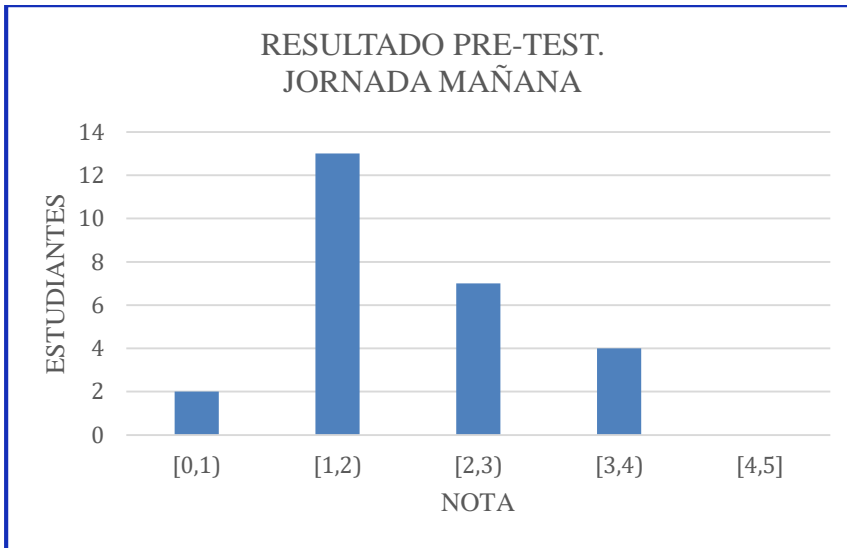


Figura 6: Resultado Pre-test (Jornada Mañana)

De acuerdo al diagrama de barras, tan solo el 15% de los 26 estudiantes pasaron la prueba con una nota superior a 3, lo cual evidencia claramente que el 85% de la población reprobó la prueba, es decir, no alcanzan un desempeño básico en el manejo de los casos de factorización, de estos el 58% no tienen las nociones del significado de la factorización.

Para precisar la distribución de acuerdo a la escala de valoración tenemos que:

- El 8% de la población obtuvo una nota inferior a 1 en la escala de evaluación nacional.
- El 50% de la población obtuvo una nota entre los intervalos [1,2).
- 27% de la población obtuvo una puntuación entre [2,3) en la escala de evaluación.
- Tan solo el 15% aprobó la prueba con una puntuación inferior a 4.
- Ninguna persona obtuvo una puntuación superior a 4.

El pre-test nos arroja las diferentes dificultades a superar en los estudiantes que van desde operaciones entre signos, hasta operaciones de expresiones algebraicas y más aún, trabajar las diferentes aplicaciones posibles de los casos de factorización en nuestra vida cotidiana.

Es por esto que el resultado obtenido nos permite dar comienzo a las estrategias propuestas en el trabajo investigativo el cual se ha implementado durante 4 semanas con una intensidad horaria de 10 horas semanales, con la ayuda del manejo del grupo con profesores de áreas como matemáticas, física, ética y estadística.

5.4 Aplicación del pos-test.

Para el análisis de los resultados del pos-test se aplicaron los mismos métodos que en el pre-test. Por otra parte, la ejecución del post-test se realizó en los 2 grupos iniciales con el fin de comparar los resultados obtenidos y evidenciar si se obtuvo un resultado positivo o negativo al momento de aplicar el material didáctico.

5.5 Análisis del post-test grupo de control (Jornada tarde)

En la siguiente gráfica se mostrará el resultado final del post-test (ver anexo 3) con respecto al número de estudiantes y su respectiva nota.

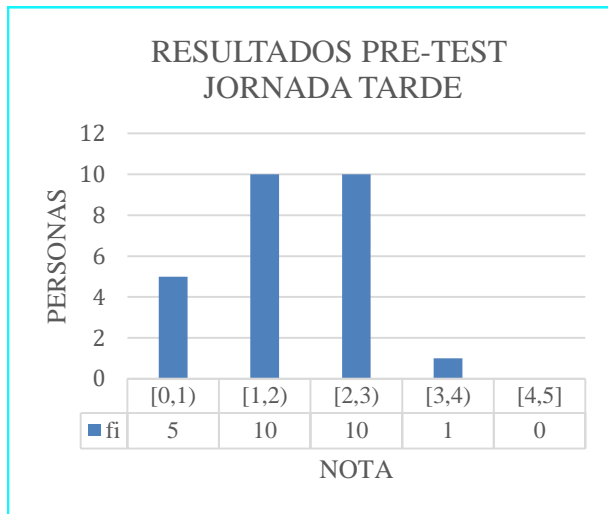


Figura 5: Resultados Pre-test (Jornada Tarde)

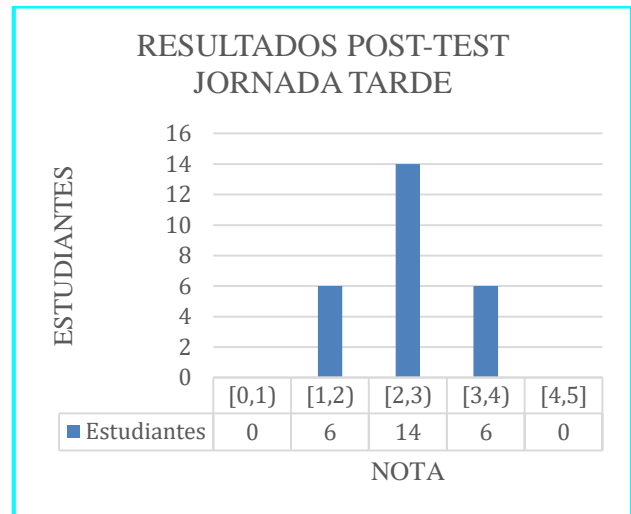


Figura 7: Post-test (Jornada Tarde)

De la gráfica podemos deducir que:

- El 23% de la población obtuvo notas superiores a 1,0 e inferiores a 2,0 lo que refleja que estos estudiantes presentan grandes dificultades ya que no han podido apropiarse de los conocimientos brindados durante su proceso de formación, en el área de matemáticas.
- El 54% de los estudiantes presentaron notas superiores a 2,0 e inferiores a 3,0 lo que nos indica que estos alumnos emplean algunos conceptos matemáticos para dar solución a los ejercicios propuestos, pero no alcanzan un nivel básico.
- El 23% de los estudiantes obtuvo notas superiores a 3,0 e inferiores a 4,0 lo que permite establecer que estos alumnos hacen uso de conceptos, teoremas y algoritmos matemáticos para factorizar diferentes expresiones algebraicas.

- Finalmente comparando el pre-test y el post-test observamos que hubo una migración en los intervalos entre 0 y 1 hacia los demás intervalos, mostrando que el 19% logró alcanzar las competencias básicas de acuerdo a la escala de valoración nacional. También notamos que la distribución de la nota fue simétrica a comparación del pre-test donde estaba recargada hacia la izquierda, indicando que todos los estudiantes fueron mejorando progresivamente porque estuvieron más tiempo de trabajo escolar, que aunque fue tradicionalista, demuestra que poco a poco se va mejorando académicamente cuando se asiste a la escuela.

5.6 Análisis post-test grupo experimental (Jornada mañana)

Para facilitar la interpretación de resultados, adjuntaremos las gráficas del pre-test, para comparar y evidenciar los impactos de la aplicación de estrategias de aprendizaje.

En las siguientes gráficas se compararán los resultados finales del pre-test y post-test (ver anexo 2) con respecto al número de estudiantes y su respectiva nota.

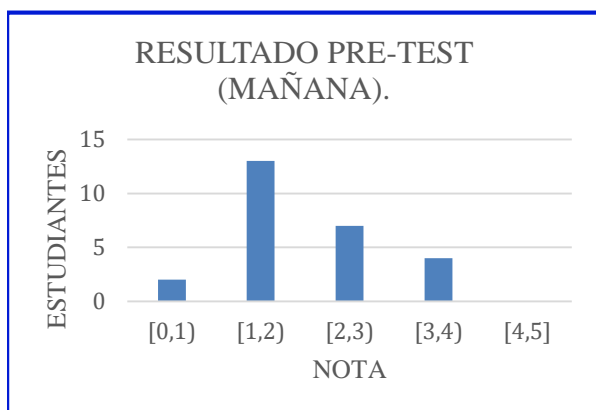


Figura 6: Resultado Pre-test (Jornada Mañana)

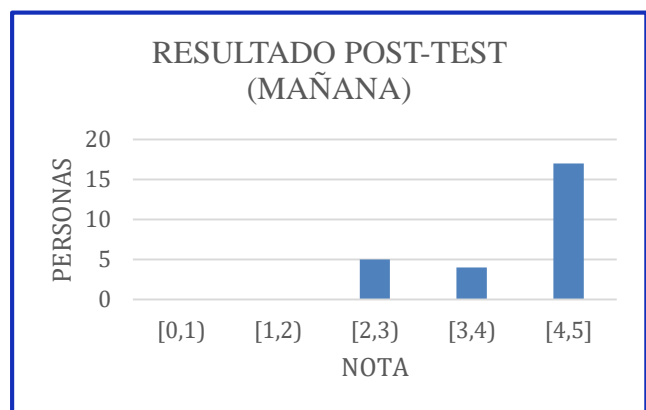


Figura 8: Resultado Post-test (Jornada Mañana)

De forma general podemos concluir que:

- El 19% de los estudiantes aún presentan dificultades a la hora de utilizar las diferentes técnicas algebraicas para factorizar diferentes expresiones, ya que obtuvieron una nota entre 2.0 y 3.0.
- El 15% de los estudiantes permanecen en la escala entre 3.0 y 4.0, ya que utilizan algunas estrategias algebraicas para resolver ejercicios y problemas relacionados con la factorización.
- 66% de los estudiantes mostraron un buen desempeño al utilizar las diferentes estrategias algebraicas para factorizar, ya que obtuvieron una nota entre 4.0 y 5.0 en la escala de valoración.
- Finalmente se observa que mientras en el pre-test solamente el 15% obtuvo una valoración entre 3.0 y 4.0; en el post-test el 81% obtuvo una nota igual o superior a la obtenida en el pre-test, con lo cual se da una mejoría del más del 66% de los resultados académicos de los estudiantes.

Es evidente el impacto positivo que se obtuvo en esta investigación, todo esto gracias a la aplicación de estrategias metodológicas y material didáctico los cuales potenciaron el proceso de enseñanza-aprendizaje de los casos de factorización en los estudiantes. Esto se logró gracias al desarrollo detallado de cada una de las fases de nuestra investigación, en las cuales podíamos percibir las dificultades que superaban los estudiantes y así mismo nuevas incógnitas que surgían en la aplicación de términos y resolución de problemas.

Lo que más nos sorprendió como investigadores fue la comparación de los resultados del pre-test y del post-test, puesto que en la primera prueba realizada tan solo el 15% de la población obtuvo una nota superior a 3.0 y en la segunda prueba ejecutada, el 81% de la población aprobó el test con una nota superior a 3.0. Debido a los resultados obtenidos, surge la necesidad de realizar un análisis más detallado, el cual permita evidenciar el avance que obtuvieron los estudiantes en este proceso de aprendizaje; es por esto que se realizará una comparación pregunta a pregunta de los resultados obtenidos en esta investigación.

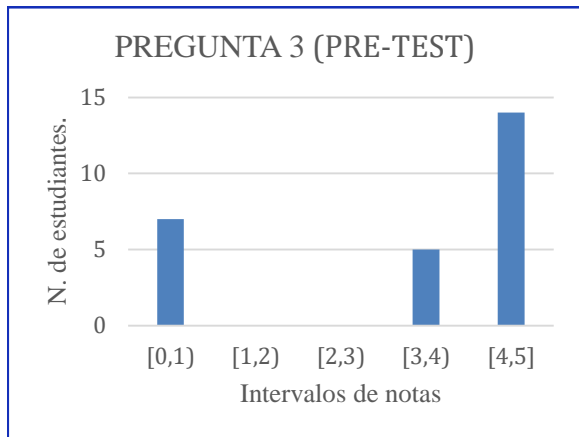


Figura 9: Pregunta 3 (Pre-test)

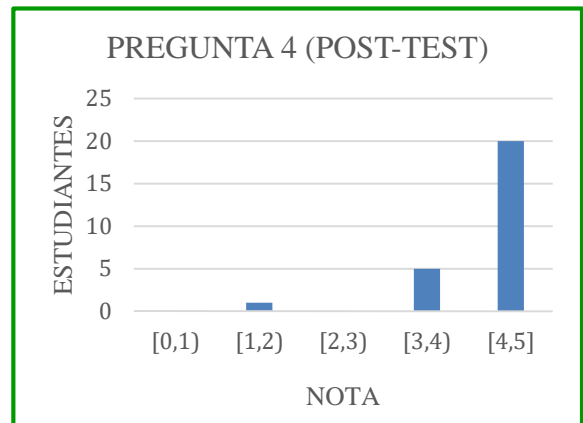


Figura 10: Pregunta 4 (Post-test)

Según la gráfica podemos concluir que:

- El 27% de los estudiantes no respondieron acertadamente, es decir tienen un desempeño muy bajo en la aplicación de la factorización.
- El 19% de los estudiantes obtuvieron una nota superior a 3 e inferior a 4, lo cual refleja que presentan algunas dificultades al aplicar la factorización para hallar áreas y volúmenes de diferentes figuras geométricas.
- El 15% de los estudiantes obtuvieron una nota superior a 4 e inferior a 5, indicando que hacen buen uso al aplicar la factorización, pero presentan algunas

De la gráfica se puede evidenciar que:

- Antes de aplicar la estrategia didáctica los estudiantes presentaban grandes dificultades para resolver problemas contextualizados de la factorización, es decir, mostraban un desempeño muy bajo evidenciándose en la falta del manejo de preconceptos matemáticos, en la ley de signos y en la no solución a expresiones algebraicas.
- Al contrastar los resultados con la estrategia aplicada se evidencia como los estudiantes se apropiaron del conocimiento al utilizar los bloques

dificultades para hallar áreas y volúmenes de diferentes figuras geométricas.

- El 39% de los estudiantes hallaron correctamente el área y el volumen de la figura geométrica dada, es decir lograron dar aplicación a la factorización.

lógicos de Dienes para dar solución a problemas relacionados con la factorización, matemático realizando los procesos de razonamiento matemático lo que le incide en el resultado reflejado en la gráfica.

- A través de estas actividades desarrolladas los estudiantes arrojan mejores resultados en pruebas evaluativas, logrando la asimilación de la factorización y viéndose expuesto este en los resultados a la pregunta propuesta y esto se da cuando se logra relacionar conceptos matemáticos unos con otros permitiendo mejores aprendizajes en los estudiantes.

Finalmente se puede observar que en el pre-test el 27% de la población no aprobó el examen y en el post-test tan solo el 4% de la población reprobó la prueba. Gracias a la aplicación de estrategias, un 23% de la población mejoró su rendimiento académico con una nota superior a 3.0.

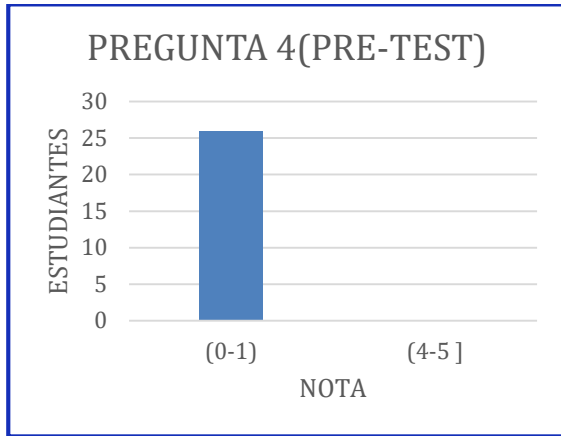


Figura 11: Pregunta 4 (Pre-test)

De la gráfica anterior podemos deducir que:

- El 100% de los estudiantes presentaron dificultades para resolver problemas contextualizados de los casos de factorización, es decir, tienen un desempeño muy bajo en la resolución de problemas mediante la aplicación de la temática.

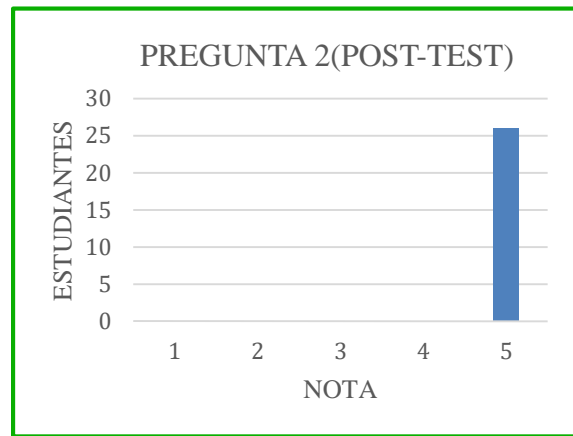


Figura 12: Pregunta 2 (Post-test)

De la gráfica podemos concluir que:

- Según la gráfica podemos evidenciar que todos los estudiantes, es decir, el 100% utilizaron adecuadamente diferentes estrategias metodológicas sobre la factorización tales como bloques lógicos para hallar las dimensiones de figuras geométricas, obteniendo así la máxima nota de 5.

En la comparación de estas gráficas se puede evidenciar el gran impacto positivo que se genera en los estudiantes al aplicar diferentes estrategias de aprendizaje, puesto que se hay una migración del 100% del intervalo de nota de entre 0 y 1 hacia el intervalo entre 4 y 5, logrando así que los estudiantes se desempeñaran en el cálculo de áreas y sus respectivos lados, haciendo uso de los casos de factorización.

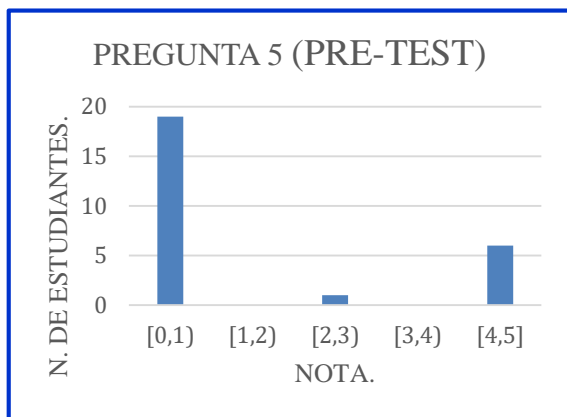


Figura 13: Pregunta 5 (Pre-test)

De la gráfica anterior podemos deducir qué:

- El 4% de la población obtuvo una nota superior a 2 e inferior a 3, lo cual refleja que, aunque hace uso de los diferentes teoremas y algoritmos sigue presentando dificultades para resolver problemas que se modelan con las ecuaciones cuadráticas.
- El 23% de los estudiantes obtuvieron una nota entre 4 y cinco, lo que nos permite establecer que hacen buen uso de diferentes algoritmos y teoremas a la hora de abordar problemas que se modelan con las ecuaciones cuadráticas.

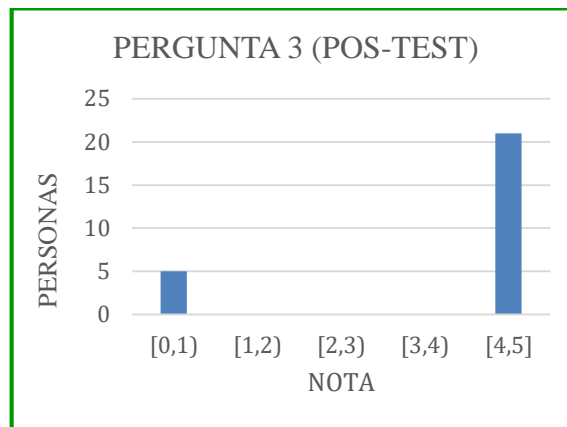


Figura 14: Pregunta 3 (Post-test)

Según gráfica podemos observar que:

- El 81% de los estudiantes obtuvo una nota entre 4,0 y 5,0, es decir, la mayoría del grupo hizo buen uso y aplicó correctamente los bloques lógicos de Dienes para hallar las medidas tridimensionales de figuras geométricas.
- El 19% de los estudiantes obtuvo una nota inferior a 1,0, siendo esta la nota más baja y ocasionando gran preocupación pues refleja los vacíos conceptuales y la falta de razonamiento matemático que tienen los estudiantes para relacionar el material didáctico con

- Finalmente, el 73% de los estudiantes no respondieron acertadamente la pregunta, es decir, no emplean los diferentes teoremas y algoritmos de la matemática para abordar problemas con las ecuaciones cuadráticas lo cual refleja que tienen un desempeño muy bajo.

situaciones problemas.

Finalmente podemos observar que mientras que en el pre-test el 23% de la población aprobó el examen según los estándares de evaluación, en el post- test esta cifra se elevó a un 81%, evidenciando una mejoría del 58% en la nota final y en efecto, logrando en el estudiante que aprenda a hallar áreas y volúmenes con la ayuda de los bloques lógicos de Dienes.

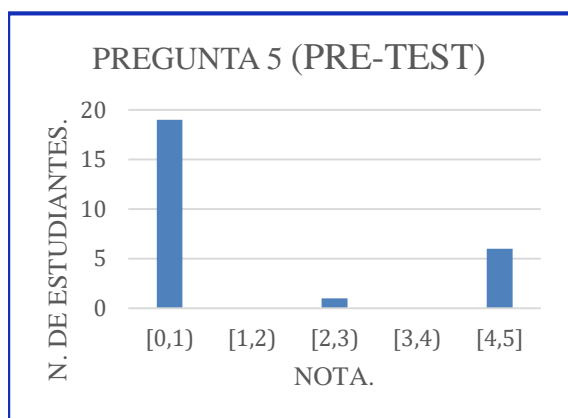


Figura 15: Pregunta 5 (Pre-test)

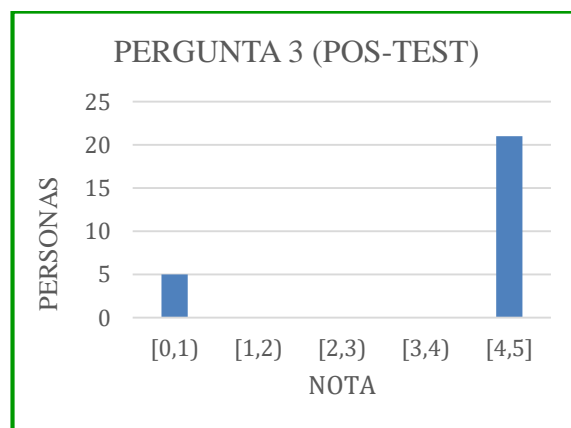


Figura 16: Pregunta 3 (Post-test)

De la gráfica anterior podemos deducir qué:

- El 4% de la población obtuvo una nota superior a 2 e inferior a 3, lo cual refleja que, aunque hace uso de los diferentes teoremas y algoritmos sigue presentando dificultades para resolver problemas que se modelan con las ecuaciones cuadráticas.
- El 23% de los estudiantes obtuvieron una nota entre 4 y cinco, lo que nos permite establecer que hacen buen uso de diferentes algoritmos y teoremas a la hora de abordar problemas que se modelan con las ecuaciones cuadráticas.
- Finalmente, el 73% de los estudiantes no respondieron acertadamente la pregunta, es decir, no emplean los diferentes teoremas y algoritmos de la matemática para abordar problemas con las ecuaciones cuadráticas lo cual refleja que tienen un desempeño muy bajo.

Según gráfica podemos observar que:

- El 81% de los estudiantes obtuvo una nota entre 4,0 y 5,0, es decir, la mayoría del grupo hizo buen uso y aplicó correctamente los bloques lógicos de Dienes para hallar las medidas tridimensionales de figuras geométricas.
- El 19% de los estudiantes obtuvo una nota inferior a 1,0, siendo esta la nota más baja y ocasionando gran preocupación pues refleja los vacíos conceptuales y la falta de razonamiento matemático que tienen los estudiantes para relacionar el material didáctico con situaciones problemas.

Gracias a la ayuda de las diferentes estrategias aplicadas, se logró que el 97% de la población factorizara diferentes expresiones algebraicas de forma satisfactoria según los estándares de calidad.

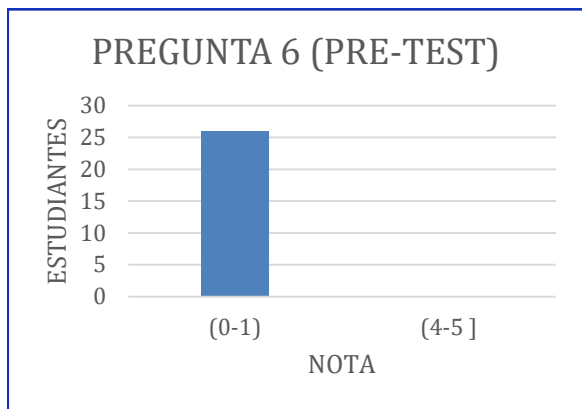


Figura 17: Pregunta 6 (Pre-test)

De la gráfica podemos concluir que:

- El 100% de los estudiantes presentaron dificultades a la hora de aplicar las técnicas algebraicas para factorizar polinomios.

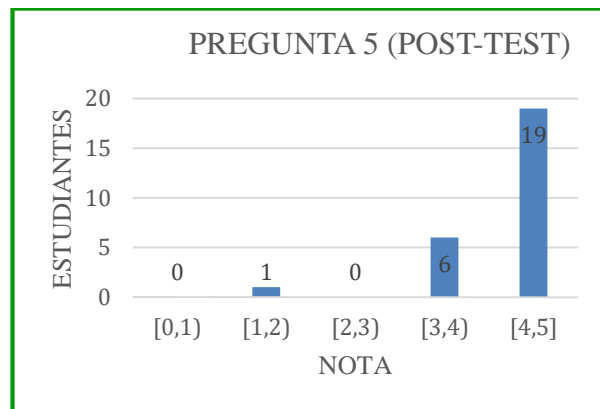


Figura 18: Pregunta 5 (Post-test)

De la gráfica podemos concluir qué:

- El 4% de los estudiantes presentó dificultades para establecer la factorización de diferentes expresiones algebraicas, teniendo así, una nota inferior a 2,0.
- El 23% de los estudiantes logró establecer mediante los bloques lógicos la factorización de diferentes expresiones algebraicas, obteniendo una nota entre 3,0 y 4,0 lo cual nos permite indicar que con ayuda de materiales didácticos es posible resolver diferentes operaciones algebraicas, pero siguen presentando cierto grado de dificultad.

- El 73% de los estudiantes logró establecer la factorización de diferentes expresiones algebraicas dadas mediante el uso de los bloques lógicos, resolviendo adecuadamente las operaciones y obteniendo una nota superior a 4,0.

Gracias a la ayuda de las diferentes estrategias aplicadas, se logró que el 97% de la población factorizara diferentes expresiones algebraicas de forma satisfactoria según los estándares de calidad.

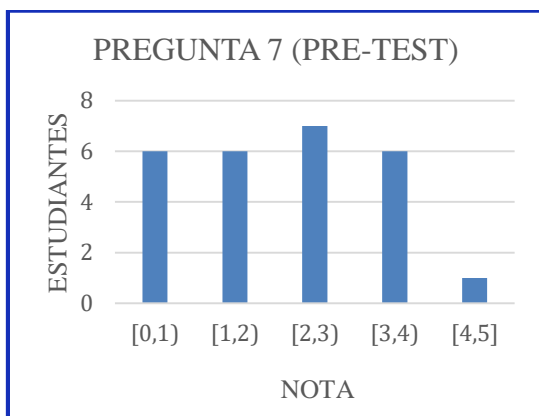


Figura 19: Pregunta 7 (Pre-test)

Según la gráfica podemos concluir que:

- El 23% de los estudiantes no establecieron las equivalencias entre expresiones algebraicas haciendo uso de la factorización, sacando la mínima nota que esta entre 0 y 1, lo que

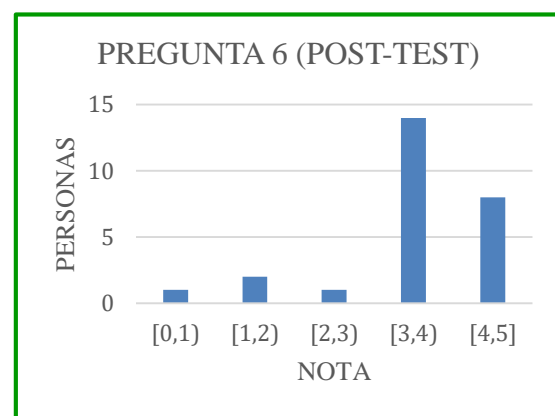


Figura 20: Pregunta 7 (Pre-test)

De la gráfica podemos concluir que:

- El 15% de los estudiantes presentó dificultades al no implementar diferentes estrategias de la factorización para relacionar con su respectiva expresión algebraica, evidenciando un grado de

permite establecer que tienen graves dificultades a la hora de abordarlos.

- El 23% de los estudiantes obtuvieron una nota entre 1 y 2 siendo esta una nota muy baja a la hora de establecer equivalencias entre expresiones algebraicas.
- El 27% de los estudiantes obtuvieron una nota entre 2 y 3, lo cual nos permite deducir que, aunque intentaron establecer equivalencias entre expresiones algebraicas, siguen teniendo dificultades a la hora de emplear los casos de factorización.
- El 23% de los estudiantes tienen nota superior a 3 e inferior a 4 lo cual nos permite establecer que hacen buen uso de los casos de factorización a la hora de establecer equivalencias entre expresiones algebraicas, pero siguen presentando algún grado de dificultad.
- Solamente el 4% de la población obtuvo una nota superior a 4, de esto

dificultad y obteniendo una nota e inferior a 3,0.

- El 54% de los estudiantes obtuvo una nota superior a 3,0 e inferior a 4,0; lo que nos permite establecer que el estudiante logró emplear las diferentes estrategias metodológicas de la factorización para establecer la relación con su respectiva

podemos concluir que solamente 1 estudiante hace uso de los casos de factorización de manera sobresaliente.

Finalmente comparando el pre-test y el post-test observamos que hubo una migración en los intervalos entre desde 0 hasta 3, hacia los demás intervalos, mostrando que el 85% logró alcanzar las competencias básicas de acuerdo a la escala de valoración nacional en relación con la simplificación de expresiones algebraicas.

A continuación, se presentarán los resultados de aquellas preguntas las cuales no compartían similitud con las demás, pero aun así, tienen como objeto evaluar en el estudiante si realmente es consciente de las diferentes aplicaciones y usos los cuales podemos aprovechar de los casos de factorización.

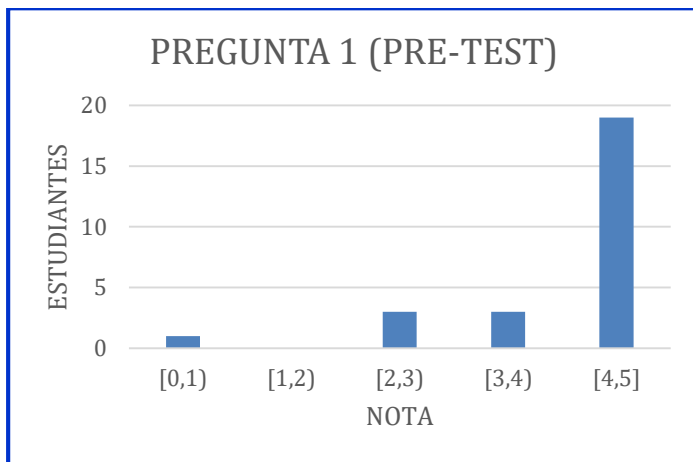


Figura 21: Pregunta (Pre-test)

De la gráfica podemos concluir que:

- El 15% de los estudiantes obtuvo notas por debajo de 3, es decir, presentaron dificultades aplicando ley de signos y exponente, lo cual les impide la solución correcta de expresiones algebraicas.
- El 12% de los estudiantes obtuvo una nota superior a 3 e inferior a 4, lo cual refleja que, aunque realizaron las operaciones siguen presentando algunas dificultades ya sea de aplicación de ley de signos o exponentes.
El 27% de los estudiantes obtuvieron una nota superior a 4 lo que indica que de cierta manera manejan y hacen buen uso de ley de signos y exponentes para resolver diferentes expresiones algebraicas.
- Finalmente, el 46% de los estudiantes. resolvieron acertadamente las expresiones algebraicas, es decir hicieron buen uso de la aplicación de ley signos y exponentes.

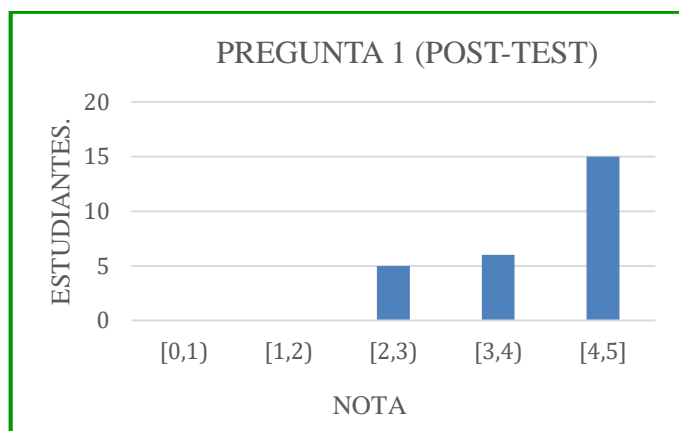


Figura 22: Pregunta 1 (Post-test)

De la gráfica podemos concluir que:

- El 19% de los estudiantes obtuvo nota de entre 2,0 y 3,0 lo que implica que están teniendo dificultades a la hora de factorizar polinomios.
- El 23% de los estudiantes obtuvo una nota superior a 3,0 e inferior a 4,0; con lo cual podemos establecer que hicieron buen uso de las técnicas algebraicas para factorizar polinomios.
- Finalmente el 58% de los estudiantes, siendo la mayoría resolvieron las operaciones haciendo uso adecuado de las diferentes técnicas algebraicas para factorizar polinomio.

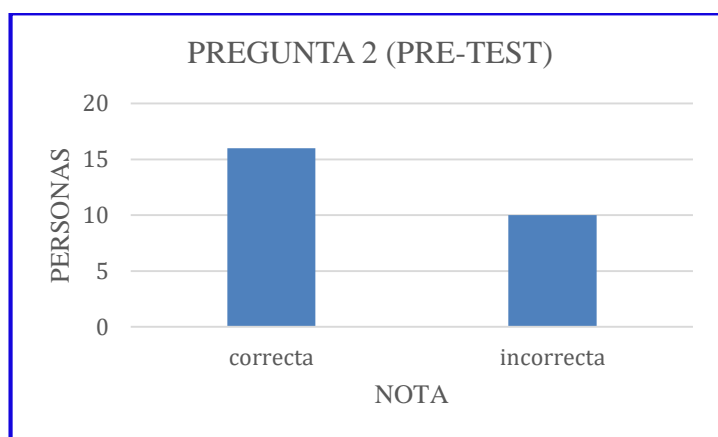


Figura 23: Pregunta 2 (Pre-test)

De la gráfica podemos concluir que:

- El 39% de los estudiantes no respondieron la pregunta o respondieron incorrectamente, lo cual permite establecer que los estudiantes no manejan, no recuerdan y no relacionan estudiantes, siendo la mayoría del grupo respondieron acertadamente, lo que implica que lograron establecer y relacionar los conocimientos que tienen de la factorización y de sus características

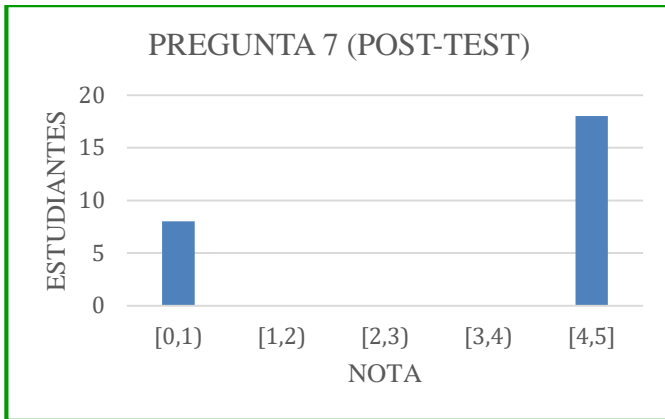


Figura 24: Pregunta 7(Post-test)

De la gráfica podemos deducir que:

- El 69% de los estudiantes respondió acertadamente la pregunta, es decir, estos estudiantes reflejan que con el proceso de formación que llevan hasta el momento ha sido de gran importancia en la recopilación de conocimientos, viéndose reflejada al obtener una nota superior a 4,0.
- El 31% de los estudiantes obtuvo un desempeño muy bajo en el desarrollo de esta pregunta, por lo cual refleja algunos aspectos a mejorar en la transmisión de conocimientos de estos estudiantes.

5.7 Conclusiones

Al analizar las respuestas de los estudiantes cuando se realizaron todas las actividades propuestas (pre test, aplicación de estrategia y del post-test), se evidenció, como al trabajar con material didáctico los procesos de razonamiento eran más sencillos y entretenidos, se pudo demostrar que con estos recursos el lenguaje y los procesos que se veían complejos resultaron siendo más comprensibles; sin duda alguna fue un proceso bastante enriquecedor para los estudiantes y para nosotros como investigadores; por esto resaltaremos algunas conclusiones que nos ha dejado esta investigación de grata experiencia.

- El juego es una de las actividades rectoras en las matemáticas que se pueden utilizar como base para desarrollar procesos de investigación, de construcción, de análisis y de razonamiento matemático; muchos estudiantes han utilizado el razonamiento matemático para resolver juegos estratégicos, de allí la importancia que adquiere la dinamización de las clases dentro y fuera del aula para aplicarlos con los estudiantes.
- La elaboración y manipulación del material permite utilizar los sentidos y el método deductivo para la demostración práctica de expresiones abstractas lo cual genera en los estudiantes menor apatía y una mayor comprensión de las estructuras algebraicas.
- La actitud por parte de los estudiantes fue excelente para el desarrollo de esta investigación, todo esto gracias a la aplicación de diferentes estrategias de enseñanza no tradicionales. Estas estrategias desarrollaban en el estudiante la curiosidad, la necesidad de saber el porqué de algunos fenómenos, la creatividad, la lógica, entre otros. Esto nos lleva a cuestionarnos como investigadores si las estrategias implementadas actualmente en muchos colegios son las correctas para enseñar estos contenidos.

- El uso del material didáctico (fichas de dominó, figuras en cartón paja, cuadros tridimensionales, etc.) fue esencial para transmitir conocimientos a los estudiantes, es por esto que tratamos diseñar la mayor cantidad de este material con el fin de que cada estudiante trabajara de manera cómoda y no tuviese la necesidad de preocuparse si contaba con este. Sin embargo, en algunas ocasiones el material se quedaba un poco corto para el desarrollo de algunas actividades, por esto fue necesario formar grupos de trabajo con el propósito de que todos los estudiantes desarrollaran las actividades propuestas.
- Teniendo en cuenta lo observado en la institución educativa, en cuanto a dotación e infraestructura, inferimos que no es falta de voluntad y creatividad en los docentes para aplicar métodos didácticos e innovadores, simplemente muchas veces no cuentan con el material apropiado debido a la dificultad de construirlo y el costo del que se consigue en el mercado. Por lo anterior, sería bueno que cada institución haga inversión progresiva en dotación de material didáctico para mejorar los procesos de enseñanza-aprendizaje.
- Se fortalecieron muchos conceptos en los estudiantes de manera creativa y dinámica, además los estudiantes lograron la asimilación de varios casos de factorización de forma satisfactoria. Cuando los conceptos se relacionan unos con otros, permiten mejores aprendizajes en los estudiantes.
- Finalmente, concluimos que el pensamiento lógico matemático ejercitado por los estudiantes en el trabajo investigativo generó gran interés y despertó en los estudiantes un pensamiento analítico para determinar, a partir del material lúdico, no solamente factores polinomios, sino también, la comprensión de que los productos notables son operaciones inversas de los procesos de factorización y que estos se aplican en la solución de ecuaciones cuadráticas.

REFERENCIAS

- Armas, A. G. (2009). Los Materiales Didácticos en el Aula. *Revista Digital Para Profesionales de la Enseñanza*, 2.
- Ausubel, (1983). *Guía didáctica para el aprendizaje de la* obtenido de guía didáctica para el aprendizaje de la factorización
<http://bdigital.unal.edu.co/52816/1/39433770.2016.pdf>
- Ausubel y Moreira, (1983). *Aprendizaje significativo: un concepto subyacente*. obtenido de aprendizaje significativo: un concepto subyacente
<https://www.if.ufrgs.br/~moreira/apsigsubesp.pdf>
- Ausubel, D. (19 83). *Psicología Educativa y la Labor Docente*. Obtenido de Psicología Educativa y la Labor Docente:
http://www.utemvirtual.cl/plataforma/aulavirtual/assets/asigid_745/contenidos_arc/39247_david_ausubel.pdf
- David Ausubel, (1983).
http://www.utemvirtual.cl/plataforma/aulavirtual/assets/asigid_745/contenidos_arc/39247_david_ausubel.pdf. Obtenido de
http://www.utemvirtual.cl/plataforma/aulavirtual/assets/asigid_745/contenidos_arc/39247_david_ausubel.pdf.
- Esteban, V, (2012).
- Galindo, M. J. (2013). *material didáctico para el fortalecimiento de los procesos de aprendizaje de la factorización en grado octavo del colegio san francisco de la ciudad de Tuluá*. Manizales-Caldas: universidad católica de Manizales.
- Galindo, Milton Javier Morán. (2013). *material didáctico para el fortalecimiento de los procesos de aprendizaje de la factorización en grado octavo del colegio san francisco de la ciudad de Tuluá*. obtenido de material didáctico para el fortalecimiento de los procesos de aprendizaje de la factorización en grado octavo del colegio san francisco de la ciudad de Tuluá:
<http://repositorio.ucm.edu.co:8080/jspui/bitstream/handle/10839/666/Milton%20Javier%20Moran%20Galindo.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- García, (2010), *Errores y dificultades que presentan los estudiantes de octavo*. obtenido de errores y dificultades que presentan los estudiantes de octavo: <http://funes.uniandes.edu.co/10841/1/Baltazar2015Errores.pdf>
- Hurtado, (2006).
- Mx, E. D, (26 de 10 de 2015). *Definición MX*. Obtenido de <https://definicion.mx/observacion-gral/>

Pedhazur & Schmelkin, (1991). *diseños cuasi-experimentales y longitudinales*. obtenido de diseños cuasi-experimentales y longitudinales:

<http://diposit.ub.edu/dspace/bitstream/2445/30783/1/D.%20cuasi%20y%20longitudinales.pdf>

Schmelkin, P, (1983). *Diseños cuasi-experimentales y longitudinales*. obtenido de diseños cuasi-experimentales y longitudinales:

<http://diposit.ub.edu/dspace/bitstream/2445/30783/1/D.%20cuasi%20y%20longitudinales.pdf>

Sepúlveda M. E, (2015). *Guía didáctica para el aprendizaje de la factorización en estudiantes del CLEI IV del ITM*. Obtenido de Guía didáctica para el aprendizaje de la factorización en estudiantes del CLEI IV del ITM: <http://bdigital.unal.edu.co/52816/1/39433770.2016.pdf>

Sepúlveda, M. E, (2015). *Guía didáctica para el aprendizaje de la factorización en estudiantes del CLEI IV ITM*. Obtenido de Guía didáctica para el aprendizaje de la factorización en estudiantes del CLEI IV ITM: <http://bdigital.unal.edu.co/52816/1/39433770.2016.pdf>

Universidad Internacional de La Rioja, (2016). *El aprendizaje significativo: ¿por qué introducirlo en el aula?*

Obtenido de El aprendizaje significativo: ¿por qué introducirlo en el aula?:

<https://www.unir.net/educacion/revista/noticias/aprendizaje-significativo/549204947086/>

Velasco & Mosquera, (2010). “*El concepto de estrategias didácticas se involucra con la selección de actividades y practicas pedagógicas en diferentes momentos formativos, métodos y recursos en los procesos de aprendizaje.*”. Obtenido de “El concepto de estrategias didácticas se involucra con la selección de actividades y practicas pedagógicas en diferentes momentos formativos, métodos y recursos en los procesos de aprendizaje.”

<https://fdocuments.ec/document/guia-didactica-para-el-aprendizaje-de-la-factorizacion-en-estudio-de.html>

ANEXOS

Anexo 1 (grupo de control – grupo experimental)

MATERIAL DIDÁCTICO PARA POTENCIAR EL PROCESO DE ENSEÑANZA APRENDIZAJE DE LA FACTORIZACIÓN

Test diagnóstico:

1) Realiza las siguientes operaciones:

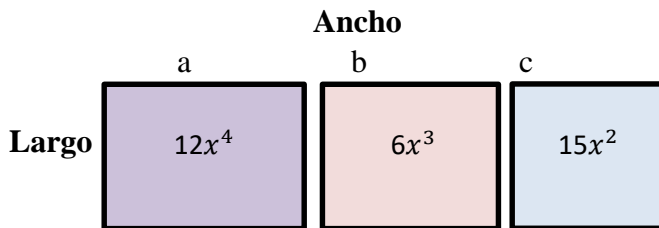
a) $(-7)(5)$: _____ b) $(-9)(-8)$: _____ c) $-(-xy - z)$: _____.

d) $(x^2)(-x)$: _____ e) $2x - x$: _____ f) $(2x)(-x)$: _____.

g) $\frac{9x^3y}{3x^2y}$: _____.

2) Menciona algunos casos de factorización que recuerdes

3) El rectángulo de la figura 1 tiene un área de $12x^4 + 6x^3 + 15x^2$ metros cuadrados respectivamente, el largo del rectángulo (en metros) es igual máximo común factor monomial de $12x^4$, $6x^3$ y $15x^2$



(Figura 1)

¿Cuánto mide el largo del rectángulo?

Largo _____ metros

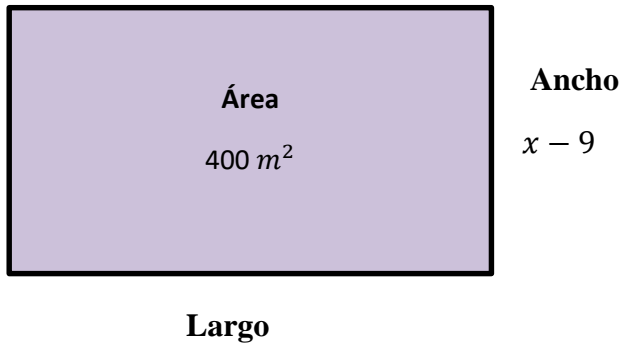
¿Cuánto mide el ancho de cada rectángulo?

Ancho (a): _____ metros

Ancho (b): _____ metros

Ancho (c): _____ metros

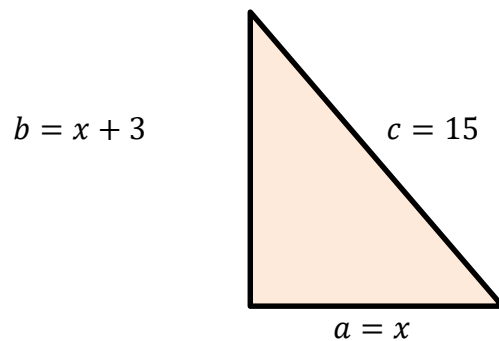
- 4) El ancho de una sede de teatro de forma rectangular, es de 9 metros más corto que su largo, si el área del teatro es 400 metros cuadrados, encuentre las dimensiones del teatro.



- 5) Un médico veterinario desea construir una sala en forma de triángulo rectángulo con las siguientes condiciones:

- Un lado del triángulo es 3 pies más largo que el otro lado
- La hipotenusa es de 15 pies

Encuentra las dimensiones del triángulo



- a) $x = 12$, y , $x = 9$
- b) $x = -12$, y , $x = -9$
- c) $x = -12$, y , $x = 9$
- d) $x = 12$, y , $x = -9$

- 6) Factoriza las siguientes expresiones algebraicas:

a) $x^2 - 10x + 25$

b) $x^3 + 6x^2 + 3x^5$

c.) $x^2 - \frac{9}{25}$

d) $x^3 - 8$

7) Escribe V si la igualdad es verdadera o F si es falsa

a) $6m^2 + m - 15 = (3m + 5)(2m + 3)$ ()

b) $xy - 4x + y - 4 = (x + 1)(y - 4)$ ()

c) $8a - 4b + a6c + 12d = 4(2a - b + 4c + 3d)$ ()

d) $x^2 - 9 = (x - 3)(x - 3)$ ()

Anexo 2 (grupo experimental)

MATERIAL DIDÁCTICO PARA POTENCIAR EL PROCESO DE ENSEÑANZA APRENDIZAJE DE LA FACTORIZACIÓN

Test final:

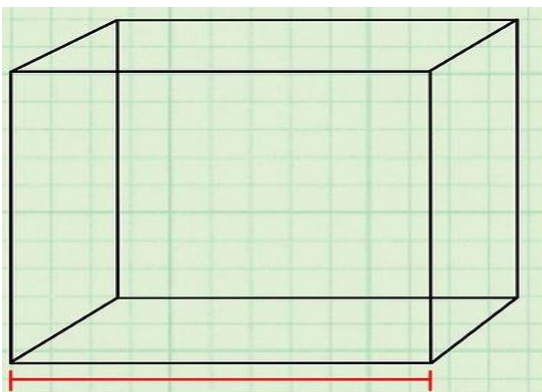
1) Factoriza las siguientes expresiones algebraicas:

- $x^2 - 9^2$
- $(x - 1)^2$
- $3x + 6x$
- $x^2 - 6x + 9$

2) ¿Cuáles son las medidas de un estadio de futbol en forma rectangular si se sabe que su área es de $x^2 + 4x + 4$?



3) Juan quiere conocer cuál es el volumen del estanque que hay en su casa sabiendo que este es de forma cúbica y que cada lado mide $(x + 2)$
Halla el volumen del estanque



$x+2$

4) Representar gráficamente con la ayuda de los bloques de Dienes el área de las siguientes expresiones algebraicas

- $(x - 3)^2$
- $3x + 6$
- $x^2 + xb + x + b$

5) Reduzca las siguientes expresiones

- $x^3 + 3x^2 + 3x + 1$
- $x^2 - 4x + 4$
- $(x + y)(x - y)$

6) Relaciona cada expresión algebraica con su respectiva factorización:

- | | |
|----------------------|-----------------------|
| • $x^2 + x$ | $(x + 3)(x + 2)$ |
| • $xy + y + x + 1$ | $(x + 2)(y + 3)$ |
| • $2x^2 + 2xy$ | $(x + 5)(x - 2)$ |
| • $x^2 + 3x - 10$ | $(x + 2)(x - 2)$ |
| • $(x + 1)^3$ | $x^2 + 6x + 9$ |
| • $3x + 2y + 6 + xy$ | $(y + 1)(x + 1)$ |
| • $(x + 3)^2$ | $2x(x + y)$ |
| • $x^2 - 4^2$ | $x(x + 1)$ |
| • $x^2 + 5x + 6$ | $x^3 + 3x^2 + 3x + 1$ |

7) ¿Qué utilidad crees que tienen los casos de factorización en la vida cotidiana?

Anexo 3 (grupo de control)

MATERIAL DIDÁCTICO PARA POTENCIAR EL PROCESO DE ENSEÑANZA APRENDIZAJE DE LA FACTORIZACIÓN

Test final:

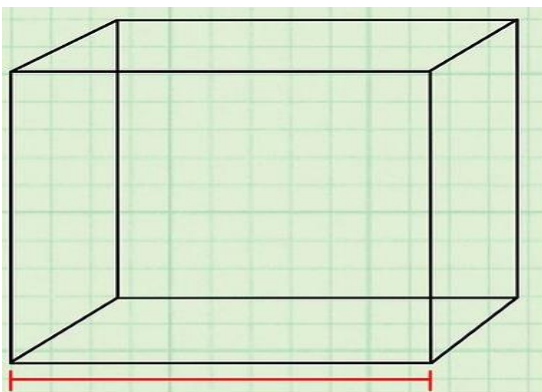
8) Factoriza las siguientes expresiones algebraicas:

- $x^2 - 9^2$
- $(x - 1)^2$
- $3x + 6x$
- $x^2 - 6x + 9$

9) ¿Cuáles son las medidas de un estadio de futbol en forma rectangular si se sabe que su área es de $x^2 + 4x + 4$?



10) Juan quiere conocer cuál es el volumen del estanque que hay en su casa sabiendo que este es de forma cúbica y que cada lado mide $(x + 2)$
Halla el volumen del estanque



$$x+2$$

11) Al factorizar las siguientes expresiones, se obtiene:

(Selecciona la respuesta correcta)

• $x^2 + 64 - 16x$

a) $(x - 4)^2$

b) $(x - 8)(x - 8)$

c) $(x - 8)^2$

d) $(x - 4)(x - 4)$

• $30x^3 - 45x^2$

e) $15x(2x - 3)$

f) $15x^3(6x - 9)$

g) $15x^2(2x - 3)$

h) $3x(10x^2 - 15)$

• $x^2 + xb + x + b$

i) $(x - b)^2$

j) $(x - b)(x + 1)$

k) $x(x + b + 1 + b)$

l) $(x + b)(x + 1)$

12) Reduzca las siguientes expresiones

• $x^3 + 3x^2 + 3x + 1$

• $x^2 - 4x + 4$

• $(x + y)(x - y)$

13) Relaciona cada expresión algebraica con su respectiva factorización:

• $x^2 + x$

$(x + 3)(x + 2)$

• $xy + y + x + 1$

$(x + 2)(y + 3)$

• $2x^2 + 2xy$

$(x + 5)(x - 2)$

• $x^2 + 3x - 10$

$(x + 2)(x - 2)$

• $(x + 1)^3$

$x^2 + 6x + 9$

• $3x + 2y + 6 + xy$

$(y + 1)(x + 1)$

• $(x + 3)^2$

$2x(x + y)$

- $x^2 - 4^2$
- $x^2 + 5x + 6$

$$x(x + 1)$$
$$x^3 + 3x^2 + 3x + 1$$

14) ¿Qué utilidad crees que tienen los casos de factorización en la vida cotidiana?

Registro fotográfico:



Figura 25 y 26: Estudiantes Realizando el Pre-test



Figura 27: Explicación de Conceptos de los Investigadores.



Figura 28 y 29: Aplicación Material Didáctico.



Figura 30 y 31: Aplicación Material de Forma Tridimensional



Figura 32 y 33: Aplicación del Post-test



Figura 14: Aplicación del Pos-test.



Figura 15 y 16: Aplicación Del Post-test.